GEORG MOHR

EUCLIDES DANICUS

AMSTERDAM 1672

*

MIT EINEM VORWORT VON

JOHANNES HJELMSLEV

UND EINER DEUTSCHEN ÜBERSETZUNG VON

JULIUS PÁL

*

UDGIVET AF

DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKAB

*

København

HOVEDKOMMISSIONÆR: ANDR. FR. HØST & SØN, KGL. HOF-BOGHANDEL

1928

PRIS KR. 2,50

GEORG MOHR

EUCLIDES DANICUS

AMSTERDAM 1672

MIT EINEM VORWORT
VON **JOHANNES HJELMSLEV** UND EINER DEUTSCHEN
ÜBERSETZUNG VON **JULIUS PÁL**

UDGIVET AF DET KGL. DANSKE VIDENSKABERNES SELSKAB

KØBENHAVN
HOVEDKOMMISSIONÆR: **ANDR. FR. HØST & SØN,** KGL. HOF-BOGHANDEL
1928

Trykt i Bianco Lunos Bogtrykkeri.
Originalen udført i Fotozinktryk af Tutein & Koch.

VORWORT.

Das Buch, welches hiermit, 256 Jahre nach dessen erstem Erscheinen, im Faksimile der ursprünglichen dänischen Ausgabe und versehen mit einer deutschen Übersetzung, neu erscheint, ist ein Werk des dänischen Mathematikers GEORG MOHR. Es wurde in einer Blütezeit der holländischen Universitäten in Holland gedruckt, hat aber bis jetzt überhaupt keine Beachtung gefunden.

Die Schrift, welche im Jahre 1672 in zwei Ausgaben, einer dänischen und einer holländischen, erschien, enthält eine im Euklidischen Rahmen vollständige und elegante Behandlung der Konstruktionen mit alleiniger Benutzung des Zirkels. Wie wohl bekannt, hat MASCHERONI (Geometria del compasso, Pavia 1797) gezeigt, dass alle mit Hilfe von Lineal und Zirkel ausführbaren Konstruktionen auch mit alleiniger Hilfe von Zirkel ausgeführt werden können. Georg Mohr hat dieses oft bewunderte Resultat von Mascheroni 125 Jahre früher gekannt und systematisch dargestellt.

Das Buch besteht aus zwei Teilen, von denen der erste die eigentliche systematische Grundlage enthält. Die Hauptgedanken sollen hier frei in der heutigen Sprache der Geometrie wiedergegeben werden.

I. Sind zwei Punkte A und B gegeben, kann man mit B als Mittelpunkt einen Kreis zeichnen, welcher durch A geht. Setzt man den Radius von A aus schrittweise auf dem Kreise ab, gelangt man nach 6 Schritten nach A zurück. Nach drei Schritten erreicht man den zu A diametralen Punkt C und nach zwei Schritten den Endpunkt einer Sehne, die dem Winkel von 120° entspricht. Hieraus geht hervor, wie man auf der Geraden durch A und B den Punkt C mit $AB = BC$ finden kann und wie man die Strecken $2a$ und $a\sqrt{3}$ findet, wenn a gegeben ist.

II. Gegeben ist eine Strecke AB; es soll eine zweite: BC konstruiert werden, welche auf AB senkrecht steht. Die Länge von BC wird nicht vorgeschrieben, es wird höchstens soviel gefordert, dass BC grösser, als eine gegebene Strecke sei.

Man verlängere $AB = a$ über B hinaus bis D so, dass $AD = 2AB$ ist. Mit der Grundlinie AD zeichne man ein gleichschenkliges Dreieck ADC, dessen Schenkel genügend gross sind. Dann ist BC die gesuchte Strecke.

III. Mit der in II beschriebenen Konstruktion löst man auch folgende Aufgabe: Gegeben sind die Strecken q und p $(> q)$. Man soll x gemäss der Gleichung

$$x^2 = p^2 - q^2$$

konstruieren.

Zunächst konstruiere man $2q$ und dann errichte man auf $2q$ ein gleichschenkliges Dreieck mit den Schenkeln p. U. a. kann auf diese Weise $a\sqrt{2}$ konstruiert werden, da

$$(a\sqrt{2})^2 = (a\sqrt{3})^2 - a^2.$$

IV. Man löse die Gleichung

$$x^2 = p^2 + q^2,$$

wo p und q zwei gegebene Strecken sind.

Da

$$x^2 = 2p^2 - (p^2 - q^2) = (p\sqrt{2})^2 - (p^2 - q^2),$$

kann die Konstruktion nach III ausgeführt werden. Ausser dieser Lösung gibt Mohr in der holländischen Ausgabe (die als Übersetzung der dänischen nach dieser erschien und einige ergänzende Bemerkungen enthält) noch eine zweite, die der folgenden Umschreibung entspricht:

$$x^2 = 4\,p^2 - \left(3\,p^2 - q^2\right) = \left(2\,p\right)^2 - \left(\left(p\sqrt{3}\right)^2 - q^2\right).$$

Wie man sieht, besteht das Wesentliche in Mohr's Kunstgriff darin, dass man ein y ($y > q$) frei wählen kann und dann x aufgrund der Gleichung

$$x^2 = (p^2 + y^2) - (y^2 - q^2)$$

konstruiert.

Da man nun eine Senkrechte BC auf AB errichten und dann ein rechtwinkliges Dreieck BCD finden kann, dessen zweite Katete BD gegeben ist, ist man im Stande $a + b$ und $a - b$ zu konstruieren, wenn a und b gegeben sind.

V. Es erübrigt noch den Mittelpunkt einer Strecke $AB = a$ zu finden.

Mohr gibt verschiedene Lösungen dieser Aufgabe. Die erste besteht darin, dass er zunächst C und D auf der Geraden AB aufsucht so, dass $CA = AB = BD$ wird; danach konstruiert er das gleichschenklige Dreieck ECD mit $EC = ED = 2\,a$ und zuletzt zeichnet er Halbkreise mit den Durchmessern EC und ED, die sich im gesuchten Mittelpunkt von AB schneiden.

Hiernach findet man ohne weiteres die senkrechte Projektion von A auf BC, indem man das zu BCA symmetrisch gelegene Dreieck BCA_1 konstruiert und die Strecke AA_1 halbiert.

Werden zwei Strecken a und b, die auf einer Geraden liegen und in einem Punkt zusammenstossen, auf eine durch diesen Punkt gehende Gerade senkrecht projiziert, entstehen zwei Strecken c und x, die in demselben Verhältnis wie a und b stehen. Hierauf gründet sich die Konstruktion der vierten Proportionalen x, wenn a, b und c gegeben sind und $a > c$ ist. Man konstruiere nämlich ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse a und der

Katete c, setze b in der Verlängerung von a ab und projiziere dieses b auf die Verlängerung von c.

Ist $a < c$, benutze man statt a und b Multipla ma und mb, wobei m so gross gewählt wird, dass $ma > c$ ist.

Die mittlere Proportionale ist nun leicht zu finden. Hierzu dient die Bemerkung, dass man den Schnittpunkt des benutzten Halbkreises und der benutzten Geraden findet, indem man das Spiegelbild des Halbkreises in Bezug auf die Gerade aufsucht.

Der erste Teil schliesst mit den Aufgaben über Flächenanlegungen, deren Lösung mit der konstruktiven Auflösung der allgemeinen Gleichung zweiten Grades gleichbedeutend ist.

Im ganzen enthält der erste Teil der Schrift eine Behandlung aller in Euklid's Elementen vorkommenden Konstruktionsaufgaben.

Der zweite Teil enthält weitergehende Anwendungen, z. B. die Lösung einiger Einschiebungsaufgaben, die auf eine reziproke Gleichung 4. Grades führen. Mohr behandelt auch andere interessante Aufgaben, wie z. B. die folgende: Es sind alle Dreiecke mit gegebener Grundlinie a zu bestimmen, für welche das Verhältnis von $b^2 + c^2$ zum Flächeninhalt des Dreiecks einen gegebenen Wert hat; auch die sogenannte Pothenot-sche Aufgabe, schon von Snellius in seinem *Eratosthenes Batavus* (1617) gelöst, findet man bei Mohr behandelt. Das Buch schliesst mit einigen Anwendungen auf die Perspektivlehre. Unter den hierher gehörigen Konstruktionen hat die Bestimmung des Schnittpunktes zweier Geraden prinzipielles Interesse; diese Aufgabe wurde nämlich nicht als fundamentale Aufgabe in den ersten Teil aufgenommen; im zweiten Teil wird sie unter den Anwendungen behandelt und mit Hilfe der vierten Proportionalen gelöst.

Man kennt keine andere Schrift von Georg Mohr, als die hier vorliegende. Er selbst wird aber von Leibniz in einem 12. Mai

1676 datierten, an OLDENBURG gerichteten Brief gelegentlich erwähnt als »Georgius Mohr Danus, in Geometria et Analysi versatissimus«. Wie Leibniz mitteilt, hat er durch diesen dänischen Mathematiker erfahren, dass COLLINS in England im Besitz von Reihenentwickelungen für $\sin x$ und $\arcsin x$ war, und er ersucht Oldenburg um Auskunft über die Beweise, da er selbst mit ähnlichen Fragen sich beschäftigt. Auf diese Weise hatte Georg Mohr schon einen gesicherten, wenn auch bescheidenen Platz in der Geschichte der Mathematik gewonnen. Dass er aber Verfasser einer Schrift ist, die man zu den klassischen Werken über Geometrie hätte rechnen müssen, hat wohl kaum jemand geahnt.

Euclides Danicus ist in mehreren Autoren-Verzeichnissen angeführt (J. Worm, Forfatterlexikon, København 1773, Murhard, Bibliotheca mathematica, Leipzig 1797—1805, und einigen neueren, u. a. in Niels Nielsen, Matematiken i Danmark 1528—1800); aber die beigefügten sparsamen Andeutungen zeigen, dass man die Schrift für eine Kompilation oder sogar für eine Übersetzung des Euklid gehalten hat.

Der äussere Anlass, dass das Buch nun wirklich gelesen wurde, war, dass einer meiner Hörer, Herr stud. math. V. Beck, bei einem Antiquar ein Exemplar der holländischen Ausgabe fand und mich über den Wert des Buches befragte.

Bis heute ist es nicht gelungen biographische Data über den Autor festzustellen, ausser dass er, wie im genannten Lexicon von J. Worm angegeben, am 1. Apr. 1640 zu Kopenhagen geboren wurde. Es ist zu vermuten, dass er an den berühmten holländischen Universitäten, die von vielen seiner nordischen Zeitgenossen besucht wurden, studiert hat. Im Vorwort zeichnet sich das Bild einer sympathischen, bescheidenen und ihres Wertes doch bewussten Persönlichkeit. In der an den dänischen König gerichteten Dedikation schreibt er:

»Die mitgeborene Liebe, die ein Mensch für sein Vaterland fühlt, kann nicht leicht vergessen werden, sondern trachtet ständig demselben seinen Dienst zu bezeugen, es sei dieses auf diese oder jene Art und besonders dadurch, was man am besten versteht oder am meisten liebt. Deshalb konnte ich es nicht unterlassen, weil Schuld und Pflicht dieses von mir fordern, mit meinem bescheidenen Können dieses kleine mathematische Werk, meine erste Frucht mathematischer Forschung in unserer dänischen Muttersprache zu verfassen nach Darstellungen des Euclides und einiger anderer Verfasser, aber gelöst auf eine ganz andere Weise, was, wie ich vermute, bisher in dieser Weise in keiner Sprache ans Licht kam«.

Im Nachwort findet seine wissenschaftliche Einstellung einen geistreichen Ausdruck:

»Hoffend, dass was in diesem kleinen Werk enthalten ist, von jedem, der einige Kentnisse von den Anfängen des Euclid hat, nachgemacht werden kann, (weil dieses nicht schwer zu sein scheint); ebenso die Beweise (und die fehlenden Anfänge des Euclid), welche hier fortgelassen sind, kann man leicht selbst machen. Sollten sich aber einige finden, denen diese Manier der Auflösung nicht gefallen möchte, weil sie leichter mit Lineal und Zirkel ausführbar ist, die sollen wissen, dass mir dieses wohlbekannt ist; aber meine einzige Hinsicht war etwas von der Natur des Kreises zu untersuchen, ob nicht dessen Eigenschaft darin bestand, dass man mit diesem, (ohne Lineal zu benutzen) die planimetrischen Konstruktionen lösen kann, durch Schnitt von Kreisen, wie hier ausgeführt ist. Bittend den geneigten Leser, dass er dieses mit Liebe bestens entgegennehme, besonders, wenn dabei ein Versehen geschehen wäre, bedenkend, dass alle unsere Werke unvollkommen sind«.

København, Mai 1928. JOHANNES HJELMSLEV.

EUCLIDES DANICUS,

Bestaande udi Too Deele.

Dend Første Deel: Handler udaf de Sex Første/ EUCLIDIS Bøger/ de der udi begreffne Maalkunstige Werckstycker.

Dend Anden Deel: Giffver Anledning Atskillige Werckstycker at giøre/ som Skæring/ Røring/ Deeling/ Skinbar Tegenkonst oc Soole-vijsere. Alleniste med en Circkel (Foruden Linial at bruge) med Skærelser af Runder.

Forestillet.

Af

Georg Mohr.

Prentet i Amsterdam af Jacob van Velsen.
For Authore, Aar 1672.

Dend Stormechtigste / Høybaarne / Konge oc Herre / Herr

Christian

Dend Femte / Arffue-Konning udi Dannemarck / Norge / Wendis oc Gotters / Hertug udi Sleswig / Holstein / Stormarn / oc Dythmersken / Greffve udi Oldenborg oc Delmenhorst / etc.

Min Allernaadigste Arffue Konning oc Herre.

Stormechtigste Høybaarne Konge
Allernaadigste Herre / oc
Arffue Konning.

DEnd Indfødde Kierlighed som et Menniske hafver til sitt Fæderneland / lad er sigh icke letteligen Forglemme / mens trackter altijdt det samme sin Tieneste at betee/were sigh paa huad maade det schee kand/ oc synderlig med det som mand enten best forstaar / eller oc best ynder. Hafuer derfore ingenlunde kundet efterlade/ efter min ringe Formue / (fordi min Skyldighed oc plickt det Udkreffver) dette lidet Wiskunstig werck/ som min Første Grede af Wiskunsten / udi wores Danske Fæderne Sprock at forfærdige efter Euclidis Frembstillinger / saa wellsom oc saa udaf nogle andre Skriffvere/ mens paa en heel anden wijs opløst/ huilcket icke formoder af nogen paa denne Manneer/ udi noget Tungemaal thil liuset att were Frembkommet. Huorfore dette som et Tegen / af min aller underdanigst plickt oc skyldighed **Eders Kongl. Mayst.** som min Allernaadigste Arfue Konge oc Herre / paa det Ydmygste hermed bliffver tileignet / oc tilskreffvet: Aller underdanigste beedendis/ **Eders Kongl: Mayst:** Vilde dette mit ringe oc velmeente arbeide Allernaadigst annamme oc sig lade

velbe-

velbefalde. Gud dend allermæctigste vil/ Eders Kongl. Mayst. oc Kongelig huus/ med alt Ynskelig Lycksallighed oc Kongelig velfart beskytte oc velsigne. Huilcket Ynsker

Eders Kongl: Mayst:

Som min Allernaadigste

Arffue Konges oc Herres

Amsterdam dend 31 af
Glugmaaned Aar 1672.

Allerunderdanigst
Tro Under Saatte

Georg Mohr.

EUCLIDIS DANICI

Første Deel.

Bestaar udi EUCLIDES Werckstycker.

1. Frembstilling.

Aa to foregiffvene pricker A oc B, vil mand beskriffve et ligesidig Trehiørne A B C.

Wercket.

Udaf A oc B, med dend samme Aabning A B, beskriff to buer, de skærer huer andere udi C; da er det trehiørne A B C det begierde.

2. Frembstill.

Et ligesidig Sexhiørne / vil mand beskriffve udi et Rund; hvis halffmaaler A B er giffven.

Wercket.

Med B A beskriff et Rund / oc udaf B sæt sexgange deud samme aabning udi sin kredtz / huilcken iust der udi slutter; oc begieringen er da fyldist giort.

Tilgifft.

Naar med dend samme aabning A B, bskriffves et stycke af et Rund / oc udi sin kredtz sætter tregange A B, udaf B; da staar de tre pricker B, A, E udi en indbildede rette linne.

3. Frembstill:

Et ligesidig trehiørne udi et Rund at beskriffve; huis halffmaaler A B er giffven.

Wercket.

Giør først som i dend foregaande er giort/oc siden drag de indbildede rette linner B D, D F, B F huilcke er huer andere lig: oc er siderne af det begierede trehiørne.

4. Frembstill:

Med en giffven aabning A B, at giøre en indbildede rette linne to gang saa lang udaf B, som A B.

Wercket.

Beskriff et Stycke af et Rund med A B, udaf B; sæt tre-gange A B, udi sin kredtz til E: da skal B A E være dend begierede Ret indbildede linne.

5. Frembstill:

At giøre med dend giffven aabning A B, en indbildede ret linne/ tre (eller flere) gange saa lang som A B udaf B.

Wercket.

Først giør en dobbelt saa lang (af dend 4.) beskriff nu udaf E med dend samme aabning et Rund; sæt der udi A B tregange udaf A, kommer udi H; da staar B H med A B, udi en indbildede ret linne; lige saa giør med flere.

6. Frembstill:

Et hiørne E D F at giøre ligt som dend giffven hiørne B A C.

Wercket.

Wercket.

Tag dend aabning AB, beskriff dermed et Stycke af en kredtz DG siden tag den lengde BC, oc sæt fra D udi F: da er det hiørne EDF lige saa stoort/ som det foregiffvene BAC.

7. Frembstill:

Et trehiørne at beskriffve/ udaf tre giffvene indbildede rette linner AB, AC, BC; huor af to tilsammen er længere end dend tredie.

Wercket.

Paa dend ene giffvene længde AB, udaf A giør med dend anden giffvene længde AC en bue Lige saa giør udaf B med dend tredie giffvene længde BC; huilcke skærer dend første bue igiennem udi C; da er begieringen fyldist giort.

8. Frembstill:

Et trehiørne DEF, at giøre lige saa stoort/ oc ligedanned/ som et giffven trehiørne ACB.

Wercket.

Giør DE liege saa lang som AC, oc DF som AB, oc EF lige som CB; da er det begierede forrettet.

9. Frembstill:

Der ere giffven to indbildede rette linner/ dend ene AB dobbelt saa lang/ som dend anden CD; nu vil mand skriffve et Rund paa dend længste AB, huis halffmaler er dend stæckeste CD.

Wercket.

Beskriff et halffrund med CD (foormiddelst dend andens tilgifftt) giør nu paa AB et trehiørne A G B lig dend trehiørne E F D, oc det trehiørne G B H, lig det trehiørne F D C (af dend 8): da er H midtpricken (af A B) af det begierede Rund.

10. Frembstill:

Udaf dend ene ende B, af to foregiffvene pricker A oc B, at sætte en retstaande.

Wercket.

Beskriff et halffrund med A B (af dend andens tilgifft), oc paa C D giør et ligesidig trehiørne (af dend 1); saa staar E B Retstaande paa A B.

11. Frembstill:

Et ligesidigt Ret-fierhiørne, udi et Rund at beskriffve; hvis halffmaaler A B er giffven.

Wercket.

Giør et halffrund med A B (af dend andens tilgifft) oc tag E C (lig A F), der med giør paa A C et liegebenet trehiørne A H C, tag nu B H oc sæt fra A til I oc G, eller fra C til I oc G; da er A I ligesaa lang som I C, C G eller A G, huilcket er det begierede, ligesidige retfierhiørnets sider.

12. Frembstill:

Et ligesidigt tolf hiørne/ udi et Rund at beskriffve; hvis halfmaaler A B er giffven.

Wercket.

Giør lige saa som det foregaaende; da er I E lige lang I F dend begierede side.

13. Frembstill:

At giøre et ligesidigt retfierhiørne, paa en giffven Indbildede Rette linne A B.

Wercket.

Søg først I (af dend 11), siden giør I K lige lang B I, oc A K lige lang A B; da er A K I B dend begierede ligesidigt ret fierhiørne.

14. Frembstill:

Uden om et Rund, et ligesidigt retfierhiørne at beskriffve; hvis halfmaaler A B er giffven.

Wercket.

Giør et ligesidigt retfierhiørne udi et Rund (af dend 11), nu paa A B, B C, B I oc B G giør et ligesidigt retfierhiørne (af dend 13), da er K L M N det begierde.

15 Frembstill:

Mit imellem too giffvene pricker A oc B, vil mand haff vesdend tredie prick M, saaledis: at de staar udi en indbildede Rette linne.

Wercket.

Udaf A oc B med dend længde A B, giør to halfverunder af dend andens tilgifft, paa B D, giør nu et ligebenet trehiørne C E D (af dend 7) huoraf de opstaande sider C E oc E D er lige lang/ som C B eller A D: beskriff nu et Rund paa C E oc E D (af dend 9), de skærer huer anden udi M; huilcket er dend begierede pricke.

Anderledis.

Udaf A oc B, med dend længde A B, giør to halffverunder (af dend andens tilgifft) die skærer huer andere udi C oc D; udaf B, med dend aabning E B, giør dend bue E F, udaf E sæt derudi E F, lig A B, tag nu dend længde F A, oc sæt fra E til L; da er A L lig A M halffparten af A B, paa dend samme wiis søg halffparten af C D, kommer D K lig D M, oc skærer de to buer A L oc D K huer andere udi M; huilcket er halffparten af A B.

Komudihu.

Efter denne Maneer / kand mand finde huad lige deele mand vil haffve af A B.

Endnu anderledis.

Giør et ligebenet trehiørne C P D, huor af huer op-staand side C P lig D P er lig E B, oc grunden C D er lig E C, beskriff nu et Rund paa C P oc D P (af dend 9); die skærer huer anden udi M som begieret war.

16. Frembstill:

Igiennem to giffvene pricker A oc C, et Rund at beskriffve/ huor af A C er heelmaaleren.

Wercket.

Udaf dend forige / deel A C mit udi G; huilcket er mitpricken.

17. Frembstill.

Udi et foregiffven ligesidigt Retfierhiørne / et Rund at beskriffve.

Wercket.

Deel A B oc A D udi to lige deele udi F oc E (af dend 15) / giør nu paa A F eller A E et ligesidigt retfierhiørne (af dend 13); da er G mitpricken.

18. Fremb.

18. Frembstill:

Om et ligesidigt retfierhiørne et Rund at beskriffve.

Wercket.

Deel A C eller B D udi to lige deele (af dend 15) udi G, som er da mitpricken.

19. Frembstill:

Udaf en giffven pricke A, Ofven to giffvene pricker B oc C: en retstaande at lade falde paa B C (som er A F) saaledis; at B F C Staar udi en indbildede ret linne.

Wercket.

Giør dend trehiørne B D C ligt dend trehiørne B A C (af dend 8) tag nu dend længde A C, lig D C, udaf A oc D giør de buer/ huilcke skærer huer andere udi E, deel nu E C mit udi F (af dend 15) da er F dend begierede pricke; Eller oc saa deel A D mit udi F, huilcket er ocsaa dend begierede pricke.

20. Frembstil:

Udaf en giffven pricke A, at drage en Indbildede ret linne/ som rører et giffven Rund B C.

Wercket.

Deel A C udi to lige deele i D (af dend 15) beskriff med A D lig D C et Rund / huilcket skærer dend giffven Rund udi B; da er det dend begierde pricke.

21. Frembstill:

Paa dend yderste ende af een giffven indbildede rett linne A B, at sætte en anden giffven indbildede ret linne A C, Retstaande.

Wercket.

Wercket.

Beskriff paa dend længste linne A B, et halffrund (af dend 16) / oc udaf A, med dend længde A C, beskriff et stycke af en kredtz/ huilcket skærer A B udi C, nu udaf A eller B giør udi det Rund A B et ligesidigt retfierhiørne, hvis sider ere A L lig B L, (af dend 11)/med B L, lig D H, beskriff et halffrund D H E (af dend andens tilgifft) / derudi sæt B C, af D, udi F, tag nu E F oc sæt fra B til K; saa staar A K retstaande paa A B.

22. Frembstill:

To giffvene indbildede rette linner A B oc A C, at sætte sammen udi en indbildede ret linne.

Wercket.

Sæt A C retstaande paa A B (af dend foregaaende) udi K, af K giør et ligesidigt retfierhiørne udi det Rund A C (af dend 11), da er K N det ligesidig retfierhiørnes side; oc N A B staar udi en indbildede ret linne.

23. Frembstill:

To ulige indbildede Rette linner A B oc A C ere giffvene/ nu vil mand drage dend starckeste/ af dend længste.

Wercket.

Sæt A C retstaande paa A B (af dend 21) udi K, af K, giør et ligesidigt retfierhiørne/ udi det Rund A C (af dend 11)/da er K M det ligesidig retfierhiørnes side / oc M B resten; huilcket staar med A B, udi en indbildede ret linne.

Tilgifft.

Dersom mand nu vil finde, imellum en giffven indbildede ret linne A B atskillige pricker, som med A B skal staa udi en indbildede ret linne: Da skal mand af A eller B, drage C D (som er tagen efter

behage-

behagelighed) ieg tager udaf A, kommer udi E (af dend 23) med denne længde A E udaf E, sæt nogle gange udi A B (af dend 5); da skall alle de pricker staa med A B/ udi en indbildede ret linne.

24. Frembstill:

Imellum to giffvene pricker A oc B, begierer mand at deele udi behagelige deele/ lad være udi tre lige deele/ saa ledis: at alle de pricker staar udi en indbildede Ret linne med A B.

Wercket.

Mand kand finde hver deel som udi dend Anden maneer af dend 15 er giort; mens det maa mand tage herudi act/ at B E saa mange gange maa hafve længden af A B, som mand begierer A B udi at deele; det andet giør lige som der staar/ saa bekommer mand en af di deeler/dend tag fra AB (af dend 23) udaf A eller B; saa viiser sig det Offverige self (af dend fierde/ eller fembte).

Anderledis.

Tag to pricker A oc D efter behagelighed/ giør dend saa mange gange lang/ som mand begierer A B udi at deele; som A C tre gangge A D (af dend 5)/paa AC, beskriff et Rund (af dend 16) sæt her udi udaf A, dend længde A B: nu udaf E oc D, lad de retstaande H E oc G D falde paa A B (af dend 19)/ daer AB efter begiering deelet.

25. Frembstil:

Af en giffven indbildede ret linne A B, vil mand aftage en begieret deel: lad være dends Tredie deel.

Wercket.

Er lige saa/ som udi dend foregaande (Anden maneer) er giort; kommer A G, huilcket er dend Tredie deel af A B.

26. Frembstill:

En foregiffven indbildede ret linne A D, begierer mand ligholdend at deele/ som to andere giffvene A B oc A C.

Wercket.

Beskriff paa A C, et halffrund (af dend 16), derudi af A, sæt A D, lad nu udaf B falde en retstaande paa A D (af dend 19), kommer udi E; da er A D, deelet efter begiering. **Komudihu**; Naar A D er længer end A B oc B C tilsammen / saa kand A C oc A B altiid blifve giørt længere (af dend 4. eller 5).

27. Frembstil:

Et ligesidigt Retfierhiørne/ lige saa stoor at giøre / som et foregiffven ligewidigt Retfierhiørne D C, C B.

Wercket.

Sæt D C oc C B tilsammen/som D B (af dend 22)/beskriff paa D B, et Rund (af dend 16) huoraf F er mitpricken / giør nu C E lig C F (af dend 4) / oc tag dend længde B F lig F D, med denne aabning udaf E, giør en skærelse udi H; da er H C siden af det begierde ligesidigt retfierhiørne.

28. Frembstill:

Imellum to foregiffvene rette linner D C oc C B, at finde en mit-ligforholdend.

Wercket.

Er ligesaa/ som udi dend foregaande.

29. Frembstill:

Et ligewidigt Retfierhiørne at giøre/ lig som en giffven ligesidig retfierhiørne / hvis side er B D, oc dend ene side af det ligewidig retfierhiørnes længde er lig A B; nu begierer mand at finde dend anden side B C.

Werc-

Wercket.

Giør paa to gange A B lig M Q et rund (af dend 16) / deraf tag A D lig M N (af dend 23) / nu udaf M sæt M P lig M N (lig A D) / herpaa lad en retstaande falde udaf N, kommer udi O (af dend 19); da er MO, lig A L halffmaaleren.

Eller B C at finde.

Giør paa M Q lig A B et Rund (af dend 16) / heraf tag B D lig M N (af dend 23) / udaf M sæt M P lig M N, herpaa lad falde en retstaande udaf N: kommer udi O (af dend 19); da er M O, lig dend begierde side B C.

Mens dersom B C war giffven / da at finde A B.

Giør Q N lig to gange B C, oc Q P lig to gange B D tilsammen udi en ret linne (af dend 22 eller 23) beskriff nu paa Q N et Rund (af dend 16) derudi af Q, sæt Q O lig B D, lad nu herpaa falde en retstaande udaf P (af dend 19) kommer udi M, da er Q M lig A B; det begierde. Komudihu: naar Q O er længer end Q N, saa maa mand giøre Q N oc Q P længer / af dend 5.

30. Frembstill:

Til to foregiffvene indbildede rette linner / en tredie ligforholdend at finde.

Wercket.

Er lige som dend forgaande / det er: ligesom A B lig M Q staar til B D, lig M N, ligesaa staar B D, lig M P, til B C, lig M O.

31. Frembstill:

Til tre foregiffvene Rette linner / at finde dend fierde ligforholdende.

Wercket.

Giør først det ligewidig retfierhiørne / lig et ligesidigt retfierhiørne (af dend 27) / oc siden det ligesidig retfierhiørne / lig et ligewidigt retfierhiørne (af dend 29); saa er det udkommende / lig det begierde. Eller oc: lige som Q N, staar til Q P, lige saa staar Q O til Q M : mens naar Q O er længer end Q N, saa kand mand giøre Q N oc Q P, saa mange gange længere/ at Q N er længer end QO, af dend fembte/ efter begiering.

32. Frembstill:

Et giffven Rund styckes (B A D) kredtz: at deele udi to lige deele (udi C).

Wercket.

Deel B D, udi to lige deele (af dend 15) udi E, tag A E fra A D (af dend 23)/ tag nu G D lig E C, oc sæt retstaande paa B E, udaf E (af dend 21) kommer udi C; da er begieringen fyldist giort.

Anderledis.

Søg til A D med AG udi en sum/ oc D E, en tredie ligforholdend (af dend 30)/ kommer E C; lig som tilforne.

33. Frembstill:

Igiennum tre giffvene pricker A, B oc C, et Rund at beskriffve.

Wercket.

Udaf B, lad en retstaande falde paa A C, udi D (af dend 19)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 31) det er: lige som to gange B D staar til A B, ligesaa staar B C til halffmaaleren A E, lig E C, af det begierede Rund.

34. Frembstill:

Igiennum en giffven Bue AB, dends heele Rund at beskriffve.

Wercket.

Sæt en pricke C, udi samme bue / efter behagelighed: oc igien-

igiennum disse tre pricker beskriff et Rund / af dend foregaande; da er begieringen fyldist giort.

35. Frembstill:

En foregiffven Bue A B, at deele udi to lige deele/ (udi C).

Wercket.

Giør først lige som udi dend foregaande / oc siden som udi dend 32 er giort; da kommer C, dend begierede pricke.

36. Frembstill:

Udi et giffven Rund / hvis halfmaaler er E D, et trehiørne at giøre / ligedanned som et giffven trehiørne A B C.

Wercket.

Beskriff om de tre pricker A, B, C, et Rund (af dend 33) oc sæt dette Rund udi det giffvene Rund; drag nu B D fra E D (af dend 23); lige saa giør med de andere to linner / kommer F oc G: da er det trehiørne F E G lighiørnet / som det foregiffvene trehiørne A B C.

Anderledis.

Den stærkeste side B C, udaf C oc A, tag fra C A, A C oc A B, kommer A R, T C oc S B, (af dend 23): paa D E, udaf E, sæt retstaande E M eller E N (af dend 10) / paa E N oc E M udaf E, giør det hiørne P E K lig det hiørne R C B, oc det hiørne O E V lig det hiørne T A S, (af dend 6); udaf K lad nu falde en retstaande paa D E udi F, ligesaa en udaf V paa D E udi G (af dend 19) / Søg nu til tre linner den fierde ligforholdend (af dend 31, oc 23) kommer E Q oc E Y, (det er: lige som E K staar til E F, lige saa staar E D til E Q; ocsaa; lige som E V staar til E G, ligesaa staar E D til E Y); huer giør dobbelt (af dend 4) kommer udi X oc W: da er det trehiørne X E W lighiørnet / med det giffven trehiørne C B A.

37. Frembstill:

Om et giffven Rund (hvis halffmaaler er H M), et trehiørne X Y V at beskriffve / som er ligedanned en giffven trehiørne B C A.

Wercket.

Dend stærckeste side A B, tag fra A C oc B C udaf A oc B, kommer G C oc F C (af dend 23) / paa A B med dend samme længde udaf A oc B, beskriff to halffverunder (af dend andens tilgifft) / kommer D G B oc E F A; ligesaa beskriff et Rund K L I med dend længde A B, udaf dend mit pricke H, giør nu det hiørne K H I lig det hiørne E B F, oc det hiørne K H L lig det hiørne D A G (af dend 6) / tag nu H M fra L H, oc H O fra H K, lige saa H N fra H I, kommer L M, K O oc N I (af dend 23) / deel nu det hiørne eller Rundstyks kredtz M H O oc N H O, ligesaa det hiørne M H N, hver i to lige deele (af dend 32) / kommer udi P, Q oc S, nu udaf P, Q oc S lad de retstaande falde paa H K oc H L (af dend 19) kommer udi W, R oc T; find nu til tre linner dend fierde ligforholdende / det er: lige som H W staar til W P, ligesaa staar H O til O V lig V M: ligesaa finder mand O X lig X N, oc M Y lig Y N; da er det trehiørne X Y V lighiørnet med det giffvene trehiørne B C A.

38. Frembstill:

Udi et giffven trehiørne B C A, et Rund at beskriffve.

Wercket.

Lad en retstaande falde udaf en af hiørnerne / ieg tager C, paa A B, kommer udi D (af dend 19); find nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 31) kommer halffmaaleren G E, det er: ligesom halffparten / af A B, B C oc A C tilsammen / staar til halffparten af A B, lige saa staar C D til dend halffmaaler G E. Føyg nu to

af

af de linner tilſammen / ieg tager A B, A C, oc dend tredie B C tag der fra (af dend 22 oc 23) / det ofverbliffvende halffve deel / tag fra A B eller A C, udaf A (af dend 15, oc 23) kommer E C eller F B, ſæt nu dend forige fundene halſmaaler G E retſtaande paa AE eller AF, udaf E eller F, kommer udi G: dend begierede Mitpricke.

Anderledis.

Dend ſtærkeſte ſide B C, udaf B oc C drag fra A B oc A C, kommer A I oc A H, deel nu det Rund ſtykes kredtz I B C oc H C B, hver udi to lige deele (af dend 32) udi L oc K: lad nu de retſtaande falde udaf B oc L, paa K C, kommer udi N oc M (af dend 19) / find nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 31) / det er: ligeſom N B oc L M udi en ſum / ſtaar til M N, ligeſaa ſtaar N B til N G, ſæt nu N G til N K (af dend 22) / da er G mitpricken / lad nu falde af G, en retſtaande paa en af ſiderne ſom / paa B C udi P; da er dend retſtaande G P, dend begierde halffmaaler af det begierde Rund. Som udi trehiørnet ſkulde beſkriffves.

39. Frembſtill:

En indbildede ret linne A C, begierer mand at deele udi G, ſaaledis: at det ligewidig Retfierhiørne (C A, G A) af dend heele linne / oc en af deelerne / er lige ſaa ſtoor ſom det ligeſidig retfierhiørne / af dend anden deel.

Wercket.

Giør paa A C, et ligeſidigt retfierhiørne (af dend 11) / ſiden deel C D udi to lige deele udi E (af dend 15) tag nu A E, oc ſæt udi en ret linne med E D (af dend 22) ſæt nu G C lig F C, udaf C retſtaande paa F C (af dend 11); da er A C, udi G, efter begiering deelet.

40. Frembſtill:

Et ligebenet trehiørne / vil mand giøre ſaaledis; at hver af de hiørner paa grunden / ſkall være dobbel ſaa ſtoor ſom det tredie B A D.

Werc-

Wercket.

Tag A B efter goedtycke oc deel dend udi C, som udi dend foregaaende er begieret / giør nu B D udi kredtzen lig A C; da er det trehiørne D A B, (som er giørt udi det Rund A B), det begierde.

41. Frembstill:

Udi et giffven Rund / vil mand beskriffve et ligesidigt femb-hiørne.

Wercket.

Giør først et trehiørne / lige som udi dend foregaaende er begieret / oc siden beskriff udi det giffven rund et trehiørne / det forige lighiørnet (af dend 36); da er B C, en side af det begierde fembhiørne.

42. Frembstill:

Om et Rund / at beskriffve / et ligesidigt fembhiørne.

Wercket.

Udaf dend foregaaende beskriff et femb-hiørne udi et Rund / hvis side er B C, deel nu det Rund styckes kredtz B A C, udi to lige deele udi D (af dend 32) / ligesaa deel B C mit udi F (af dend 15); Søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende kommer E D (af dend 31) det er: ligesom A F staar til B F, ligesaa staar A D til E D, giør det dobbelt (af dend 4) kommer E G; en af de begierde sider.

43. Frembstill.

Udi et ligesidigt oc ligehiørnet fembhiørne / vil mand beskriffve et Rund.

Wercket.

Udaf dend 32. deel de Rund styckers buer DCB, oc E D C, udi to lige deele udi F, oc G, lad nu falde en retstaande af F oc C paa G D, kommer udi H, oc R (af dend 19) / søg nu til tre linner / dend fierde ligforholdende RI (af dend 31) / det er: ligesom FH oc RC i en sum staar til H R, ligesaa staar R C til R I, sæt nu R I til R D (af dend 22) / da er da er I mitpricken; deel nu A B udi to lige deele udi M (af dend 15)/ med dend længde I M beskriff det Rund/ som begieret war.

44. Frembstill:

Om et ligesidig oc ligehiørnet fembhiørne / vil mand beskriffve et Rund.

Wercket.

Først søg dend mitpricke I (af dend 43) / beskriff nu med dend længde A I et Rund; da er begieringen fyldest giort.

45. Frembstill:

Et ligesidigt fembten-hiørne / vil mand beskriffve udi et giffven Rund.

Wercket.

Beskriff et ligesidigt trehiørne udi Rundet (af dend 3)/ oc et ligesidigt fembhiørne (af dend 41) / saa at det trehiørne oc fembhiørne udi en pricke L i kredtzen begynder / da er: B K lig C H, en side af det fembtenhiørne/ som begieret er.

46. Frembstill:

Udaf en giffven prick A, vil mand drage en indbildede ret linne / ligewidig med en foregiffvene indbildede ret linne B C.

Wercket.

Tag dend længde A C, dermed giør af B en bue / ligesaa udaf A med dend længde B C, huilcken skærer dend første bue igiennum udi D: da er A D ligewidig med C B. Konnudihu: at naar mand af A, vil drage en giffven indbildede ret linne ligewidig med B C; saa kand det letteligen (formiddelst dend 22 eller 23) udi werck stillis.

47. Frembstill:

Et ligewidigt fierhiørne (G B L M), at giøre lige saa stoort som et giffven trehiørne A B C, oc at det hafver et hiørne/lig et giffven hiørne E D F.

Wercket.

Udaf C med AB, giør en ligewidig CH (af dend 46)/paa AB, udaf B giør det hiørne N B I, lig det hiørne E D F(af dend 8), lad nu af B falde en retstaaende paa C H (af dend 19) kommer udi K, ligesaa en udaf I paa K B udi N; søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 31)/det er: ligesom B N staar til N I, ligesaa staar B K til K L, føig KL til K C, udaf K (af dend 22)/deel nu AB mit udi G (af dend 15)/ oc udaf G giør en ligewidig med B L (af dend 46) kommer udi M; da er det ligewidig fierhiørne G B L M, lig dend trehiørne A B C.

48. Frembstill:

Et ligewidigt Retfierhiørne (B A E G), vil mand giøre lig et giffven trehiørne A B C.

Wercket.

Udaf C lad en retstaande falde paa A B, i D(af dend 19)/ deel nu C D udi to lige deele i F (af dend 15)/ udaf F giør en ligewidig indbildede ret linne med A D oc D B (af dend 46); da er det ligewidig fierhiørne A E B G, lig saa stoort som det trehiørne A B C.

49. Frembstill:

Paa en giffven indbildede ret linne A B, vil mand giøre et ligewidigt fierhiørne (B A P Q), lige saa stoort som et giffven trehiørne E F G, oc at det hafver et hiørne/ligt som et giffven hiørne H I K.

Wercket.

Giør et ligewidig retfierhiørne E G L H, lige saa stoort som det

trehiørne

trehiørne E F G, af dend forige; søg nu til tre rette linner/ dend fierde ligforholdende (af dend 31) det er: ligesom A B staar til E G, ligesaa staar G L til B D, paa A B udaf B, sæt B D retstaande (af dend 21)/ nu udaf D giør en ligewidig med A B kommer udi C (af dend 46): paa A B udaf B, giør det hiørne M B N, lig det hiørne H I K, udaf N lad en retstaande falde paa B D udi O (af dend 19)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: ligesom B O staar til O N, ligesaa staar B D til D P, tag nu D P udaf D fra C D (af dend 23) kommer C P, udaf P giør en ligewidig med A B, kommer Q P; da er det ligewidig fierhiørne A B P Q, lige saa stoort som det giffven trehiørne E F G.

50. Frembstill:

Mand vil giøre et ligewidigt fierhiørne/ lige saa stoort som en giffven ret linnet Skickning/ oc at dend haffver et hiørne/ ligt et foregiffven.

Wercket.

Giør de to trehiørner A D C oc A B C, hver udi et ligesidigt retfierhiørne (af dend 48 oc 27)/ siden giør disse to ligesidige retfierhiørner udi et/ oc det ofverige giør som i dend 47. eller 49. er forettit; da er det begierede efter kommet.

51. Frembstill:

Paa en giffven ret linne A B, **vil mand giøre en ret linnet Skickning** (A B G E), **som er lighiørnet/ med en giffven ret linnet Skickning** A C D E.

Wercket.

Søg til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: ligesom A C staar til A D, lige saa staar A B til A G, drag nu A G udaf A, fra A D (af dend 23) kommer D G, søg nu igien til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 31) det er ligesom A D staar til A E, ligesaa staar A G til A F; drag nu A F udaf A fra A E, kommer E F; da er begieringen fyldist giort.

52. Frembstill:

At giøre en ret linnet Skickning (B M N O P) efter to foregiffvene ret linnede Skickninger/saaledis: lige saa stoor som dend ene Q, oc ligedanned som dend anden B E D C A.

Wercket.

Giør de to ret linnede Skickninger / hver udi et ligesidig retfierhiørne (af dend 48 oc 27)/ oc sæt siderne af die twende ligesidige retfierhiørner / det er B F oc B L udi en ret linne / udaf B med B A (af dend 22)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: ligesom B F staar til B E, ligesaa staar B L til B M, tag nu B M fra B E udaf B (af dend 23) / kommer M E; ligesaa finder mand N D, O C oc P A som begieret war.

53. Frembstill:

Paa en giffven ret linne B A, vil mand giøre to ligewidig fierhiørner/ saaledis: at det ene (B E F G) er ligedanned som et giffven ligewidigt fierhiørne C, oc det andet (A F G H) lig saa stoort som en giffven ret linnet Skickning D; dog at dend giffvene ret linnet Skickning / icke er større end det ligewidige fierhiørne/ huilcket mand giør paa dend halffve linne/ lighiørnet med det giffvene ligewidige fierhiørne.

Wercket.

Deel B A mit udi M (af dend 15) paa B M giør et ligewidige fierhiørne M B N K, lieg-hiørnig til C (af dend 51)/ giør nu det ligewidig fierhiørne L G O K, lig som en Retlinnet Skickning (huilcket er forskillet af dend ligewidig fierhiørne M B N K, oc dend giffven ret linnet Skickning D) oc lighiørnet / som det giffven ligewidig fierhiørne C (af dend 52)/ nu udaf M, giør en ligewidig med

L G

LG (af dend 46) / oc udaf L, giør lige saa en ligewidig med MA; da er det ligewidigt fierhiørne AFGH, lig dend giffven ret linnet Skickning D, oc det ligewidig fierhiørne FBEG, lighiørnet med det giffven/ ligewidig fierhiørne C, som begieret er.

54. Frembstill:

Paa en giffven indbildede Rette linne BA, vil mand føye et ligewidig fierhiørne (LBGH) lig saa stoort som en giffven ret linnede Skickning S. saaledis: at af det samme et stycke uden for kommer/ huilcket lieghiørnet er med en Anden giffven ligewidig fierhiørne R.

Wercket.

Deel BA mit udi C (af dend 15) / oc paa AC giør et ligewidig fierhiørne ACDE, lieghiørnet som det giffven ligewidig fierhiørne R (af dend 51)/ lige saa giør et ligewidigt fierhiørne HKDF, lige saa stoor som det ligewidig fierhiørne ACDE, med det giffven ligewidig fierhiørne S (af dend 52); giør nu paa dend halfve linne CB, et ligewidig fierhiørne KLBC lig det IKCA; nu udaf H giør en ligwidig med AI (af dend 46): da er det ligewidig fierhiørne HLBG, lig saa stoort som dend giffven Ret linnede Skickning S, oc det uden forre kommende ligewidig fierhiørne HIAG, er lighiørnet med det giffven ligewidig fierhiørne R; efter begiering.

EUCLIDIS DANICI

Anden Deel.

Bestaar udi Atskillige Wercksty cker.

1. Frembstilling.

Hvis Den for det halffrund er dend pricke C giffven / dog at A C er stærckere end halffmaalern / oc at A C staar med halffmaalern udi en indbildede Rette linne; nu vil mand drage en ret linne af C som Skærer rundet igiennum udi E, oc ender sig i kredtzen udi F, saaledis: at E F er dobbelt saa lang som C A.

Wercket.

Søg dend mitligforholdend / imellum heelmaalleren med dend dobbelde A C, oc A C (af dend Første Deel 28) / af det ud kommende tag A C (af dend Første Deel 23) / sæt nu Resten fra C til E, overdrag nu G som er mitpricken paa dend Anden side udi H, med E H lig E G (lig A G) udaf H oc G, beskriff de buer / huilcke skærer kredtzen udi F (af dend 1. D: 19); da er E F dobbelt A C, oc staar med C E udi en indbildede ret linne.

2. Frembstill:

Udaf en giffven pricke C, uden for det halffrund A F B, vil man drage en indbildede ret linne C F, som Skærer Rundet igiennum udi E, oc ender sig i kredtzen udi F, saaledis: at det ligewidig retfierhiørne C E, E F, er lig saa stoort som det ligewidig retfierhiørne C A, A G lig halffmaalern af rundet.

Wercket.

Wercket.

Søg dend mit ligforholdend C E, af G C oc A C; nu kand mand finde E F, som udi dend forgaande; da er begieringen fyldist giort.

3. Frembstill:

Der er giffven et ligesidig trehiørne C A B med dend ligewidig A P, udaf A, med B C; nu begierer mand at drage udaf B, en indbildede Rette linne huilcken skærer A C udi F oc ender sig i dend ligewidig A P udi E, saaledis: at E F er lig en giffven indbildede Rette linne S.

Wercket.

Deel B C mit udi G (af dend 1. D: 15) / udaf G, paa B G sæt dend Retstaande G L lig S (af dend 1. D: 21) / fra B L udaf B, drag B G (af dend 1. D: 23) kommer M L: treck nu $\frac{ML}{2}$ fra dend mit ligforholdende / Jmellum $\frac{ML}{4}$ med B C, oc M L, det ud kommende drag fra A C, udaf A, kommer udi F: foyg nu S udaf F til F B (af dend 1, D: 22); da skal dend prick E, komme udi dend ligewidig indbildede Rette linne A P, som begieret war.

4. Frembstill:

Lad være giffven et ligesidig Retfierhiørne A B C D, huoraf D L er forlænget med A D udi en indbildede Ret linne: nu begierer mand udaf B, en indbildede Ret linne at drage / huilcken skærer D C udi K, oc ender sig i dend forlængde A L udi I, saaledis: at K I er lig en giffven indbildede Ret linne R.

Wercket.

Paa A D udaf A, sæt dend Retstaande A E lig R (af dend 1. D: 21) / fra E D udaf D, drag A D (af dend 1; D: 23) kommer E F: treck nu $\frac{EF}{2}$ fra dend mit ligforholdende / Jmellum $\frac{EF}{4}$ med A D, oc

E F,

E F, det ud kommende sæt Retstaande paa A D, udaf D, kommer i K, føyg nu R til K B udaf K, kommer udi I; da skal dend prick I, staa udi dend indbildede ret linne A L, efter begiering.

5. Frembstil:

Udi en indbildede ret linne E V, er giffven dend prick A, nu begierer mand Imellum A E, et prick O at finde/ saaledis: at dend ligesidig Retfierhiørne/ af A O, staar til dend ligewidig Retfierhiørne/ begreben af O E, oc en giffven A V, som R til S, eller A I til A V.

Wercket.

Sæt paa A V, dend Retstaande A Y lig A E, udaf A; lige saa R I lig A I paa V I eller A I, udaf I (af dend 1. D: 21), beskriff nu paa Y R, et Rund (af dend 1. D: 16), lad nu en Retstaande falde udaf S, paa I A (af dend 1. D: 19) kommer udi T, læg nu S T til S R, oc drag S T fra S R, kommer T W oc T X (af dend 1. D: 22 oc 23)/ søg nu dend mit ligforholdende T O, imellum T X oc T W (af dend 1. D: 28); da staar dend pricke O imellum AE, som begieret war.

Anderledis.

Søg dend mit ligforholdend A K, Imellum E A oc A I, deel nu I A mit udi M (af dend 1. D: 15)/ udaf M drag M O lig M K fra M E (af dend 1. D: 23)/ kommer udi O: dend begierede pricke.

6. Frembstill:

Der er giffven et Rund A D B, nu begierer mand udi kredtzen at finde et prick C, saaledis: at naar mand drager af samme pricke en indbildede ret linne/ som skærer heelmaalern A B igiennum (udi E), oc ender sig i kredtzen D, at A D staar til D B, som A E staar til E B.

Wercket.

Giør udi Rundet/ af A, et ligesidig Retfierhiørne (af dend 11)

hvis

hvis side A C lig B C, da er C dend begierede pricke; tag nu udi heelmaalern A B et prick E efter behageligheð: søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: lige som C E staar til A E, lige saa staar E B til E D, (af dend 1. D. 31 oc 22)/ drag nu di indbildede Rette linner fra A oc B til D, saa skal A E staa til A D, lige som E B til B D som begieret er.

7. Frembstill:

Der er giffven to Runder/ hvis halffmaalere er A B oc C D, nu begierer mand et prick F at finde (som skal staa med A B oc C D, udi en indbildede Ret linne)/ saaledis: at naar mand derudaf drager en indbildede Rette linne/ huilcken skal røre di to giffvene Runder.

Wercket.

Søg til tre linner dend fierde ligforholdend (af dend 1. D. 31)/ det er: lige som C D fra A B staar til B E, lige saa staar C D til E F, sæt nu E F til A E, udaf E (af dend 1. D. 22) kommer udi F: drag nu af dette pricke/ en indbildede Ret linne/ som skal røre di to giffvene Runder (af dend 1. D. 20)/ kommer udi G oc H; da staar di tre pricker H, G, F, udi en indbildede Ret linne.

8. Frembstill:

Udi et giffven ligesidigt Retfierhiørne ABCD, er beskreffven udaf B, med dend længde B D, et fierdings Rund BDA; nu begierer mand de to (største) Runder at beskriffve/ som Q M oc H G, saaledis: at di skal røre det ligesidig retfierhiørnes side (udi M oc N, oc udi G oc P), lige saa dend bue (udi E).

Wercket.

Tag B D fra B C kommer E C (af dend 1. D. 23) lig halffmaalern af det største rund/ drag nu E C fra B D eller B A udaf B, kommer udi M oc N, paa B M eller B N, giør et ligesidigt retfierhiørne da er Q det ene Runds mitpricke. Eller drag EB udaf E fra E C; kommer E Q: huilcket er halffmaaleren. Nu dend halffmaaler af det minste Rund G H at finde. Lad en retstaande falde udaf E, paa C D (eller C A) kommer udi F (af dend 1. D: 19)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 1, D: 31)/ det er: lige som C E oc E F i en sum staar til C E, lige saa staar E F til dend halffmaaler C G lig C P; tag nu C G udaf C fra C D, kommer G D, paa C G giør et ligesidigt retfierhiørne/ kommer udi H mitpricken: eller sæt C G lig E H til EB (af dend 1. D: 22) kommer det samme.

9. Frembstill:

Der er giffven et halffrund A K C, hvis halffmaaler er A B. oc paa heelmaalern A C, er beskreffven to halffrunder/ lige saa er oc saa giffven dend mitligforholdend D K; nu begierer mand de to (største) Runder at beskriffve/ som E M S oc H T L, saaledis: at di skal røre D K (som er hær udi P oc O)/ lige saa oc di giffvene Runder (udi M oc S, oc saa udi L oc T).

Wercket.

Søg til to linner dend tredie ligforholdende (af dend 1. D: 29)/ det er: lige som A B staar til A F, lige saa staar A F til R W, dette tag fra A F (af dend 1. D: 23)/ da kommer dend halffmaaler af det Rund E S, lig dend halffmaaler af det Rund H T. Om nu at finde dend mitpricke E, søyg halffmaalern til A F kommer F E (af dend 1. D: 22) oc tag halffmaalern fra A B kommer B E, med disse to linner / paa F B, giør et trehiørne / da kommer dend mitpricke E. Om nu dend mitpricke H at finde / søyg halffmaalern til G D lig G C, kommer G H, tag nu halffmaalern fra A B, kommer B H lig B E, med disse to linner paa B G, giør et trehiørne/da kommer dend mitpricke H; lad nu falde en retstaande udaf E oc H, paa K D (af dend 1. D: 19) kommer udi O oc P: beskriff nu udaf E oc H, de to

Runder

Runder med dend forige fundene halffmaaler / da skal di røre efter begiering udi M, S ot P, oc udi L, T, oc O.

10. Frembstill:

Der er giffven twende pricker A oc B, offven (eller unden) en indbildede ret linne CD; nu begierer mand et Rund at beskriffve/ saaledis: at det skal gaa igiennum de to pricker/ oc anrøre dend indbildede rette linne.

Wercket.

Udaf B lad falde en retstaaende paa C D, kommer udi E, ligesaa en udaf A paa B E udi F (af dend 1. D: 19)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende / det er: lige som B F staar til A F, lige saa staar B E til E G; sæt nu E G til E D, lige saa H G lig G A til GA (af dend 1. D: 22 oc 4)/ søg nu dend mit ligforholdende G I, imellum H G oc G B (af dend 1. D: 28) / denne længde G I sæt til G D udaf G til K: beskriff nu et Rund/ igiennum disse tre pricker/ K, A, B (af dend 1. D. 33)/ da er begieringen fyldist giort.

11. Frembstill:

Mand begierer en giffven indbildede ret linne AB, at deele udi C, saaledis: naar mand giør et ligesidig trehiørne paa dend ene deel C B, huilcket lig saa stoor skal være / som det ligesidig tetfierhiørne paa dend anden deel A C.

Wercket.

Giør et ligesidigt trehiørne E F G, efter behagelighed / deel nu E G mit udi H (af dend 1. D: 15)/ sæt nu dend mitligforholdend/ imellum E H oc F H, til E G, (af dend 1. D: 28 oc 22): naar mand nu deeler A B, udi saaledis en ligforholdening/ som E G med sin ansøyelse (af dend 1. D: 26)/ kommer udi C; huilcket er dend begierede pricke.

12. Frembstill:

Et giffven trehiørne ABC, begierer mand at deele udi to lige deele/ lige saa de tre sider/ med en indbildede ret linne EK, begynder udi en af siderne.

Wercket.

Søg dend mit ligforholdende/ imellum BC oc dend halffve AC: føyg nu de tre linner BC, AC oc AB tilsammen (af dend 1. D. 22)/ oc paa deris fierde part beskriff et halffrund (af dend 1. D. 24 oc 16)/ derudi af dend ene ende af heelmaalern / sæt dend forige funden mit ligforholdend/ naar mand nu dend anden rethiørne side/ udi samme Rund / tillegger eller aftager / af dend forige fierde part/ da kommer EC eller CK (af dend 1. D. 22 oc 23) som begieret er / at det trehiørne CEK skal være ligt dend Skickning EBAK, oc de linner KC oc CE udi en sum/ ere lig EB, BA, oc AK, i en sum.

13. Frembstill:

Der er giffven to halffve Runder/ staar med deris heelmaaler paa en samme grund/ som her AFB, oc CED, imellum deris kredtze/ vil mand dend stærckeste indbildede rette linne stille/ som strækker sig til en af hiørnerne her udi A.

Wercket.

Sæt til CD udaf C, DB (af dend 1. D. 22)/ kommer DR søg nu dend mit ligforholdende/ imellum AR oc AB (af dend 1. D. 28) kommer AM, dette sæt Retstaande paa RA (af dend 1. D. 21)/ lige oc saa AL, lig AP (som rører Runden CPD)/ find nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: lige som RA staar til AM, lige saa staar LA til AI (af dend 1. D. 31)/ sæt nu AI udaf A til RA, kommer udi I, med denne længde AI giør en bue / udaf A, huilcken stærer dend kredtz CED udi E, lad nu af dend mitpricke K en Retstaande falde paa AE (af dend 1. D. 19) kommer udi S, giør nu AS udaf A dobbelt (af dend 1. D. 4) kommer udi F, da er EF dend stærckste som begieret war.

14. Frembstil:

Udi et halff Rund / dend største ligesidig Retfierhiørne at giøre.

Wercket.

Søg dend mit ligforholdende C D, Imellum heelmaalern A B, oc sin fembte deel; huilcket er en af de begierde sider.

15. Frembstill:

Udaf to giffvene pricker A oc B, vil mand drage to indbildede Rette linner til sammen/som AG, BG, hvis ligesidig retfierhiørner tilsammen taget/ er til dend trehiørne A G B, som af dend giffven linne A B, oc di to dragene linner A G, B G er beslutttet / en foregiffven ligholdend haffver / som R til S: huilcket icke minder maa være som 4 til 1.

Wercket.

Deel AB mit udi E (af dend 1. D. 15) søg nu til tre linner dend fierde ligsorholdende (af dend 1. D. 31)/ det er: lige som S staar til R, lige saa staa $\frac{AB}{4}$ til E F, dette sæt udaf E Retstaande paa AB (af dend 1. D. 21)/ paa E F beskriff et halff Rund (af dend 1. D. 16)/ derudi sæt af E, E C lig E B, oc udaf F med dend længde F C beskriff et Rund: da skal naar mand udaf begge de pricker A oc B, til en pricke G udi kredtzen hvor det falder / drager A G oc G B; det begierede fyldist giøre S.

16. Frembstill:

Der er giffven efter leilighed to ligewidig indbildede Rette linner A B oc C D, uden for det samme en pricke H at finde/ huorudaf i giffvene hiørner F oc G, til de giffvene linner A B oc C D, drager to rette linner som H I oc H D, saaledis: at dend ligewidig fierhiørne I H, H D, som af di samme er beslutttet/ lige saa stoort er / som en giffven plat A E B K.

Wercket.

Paa DC udaf D, giør di hiørner N D O, P D O, lig de hiørner G oc F, lige saa giør paa A B, dend hiørne A S R, lig dend hiørne F (af dend 1. D: 8 oc 23)/ udaf C drag en ligewidig med D P, kommer CQ (af dend 1. D: 46): lad nu de Retstaande falde udaf Q oc C paa B D (af dend 1. D: 19)/ kommer udi W oc X, søg nu til tre linner dend fierde lig forholdende (af dend 1. D. 31) det er: lige som Q W drage af C X staar til X W, lige saa staar Q W til W V, dette sæt til W X udaf W (af dend 1. D. 22)/ kommer udi V; find nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: lige som C D staar til D V, lige saa staar A B til B E, dette sæt udaf B til B D, kommer udi E, søg nu dend mit ligforholdend B F, imellum E B oc B K (af dend 1. D. 28)/ oc deel B D i to lige deel udi G (af dend 1. D. 15)/ udaf G sæt til G K, G H lig G F, nu af H drag en ligewidig med A B (af dend 1. D. 46) som er H h; da skal naar mand tager et pricke efter behagelighed/ udi denne indbildede Rette linne H h, ieg tager H, oc drager derudaf en ligewidig med A E som ender sig i dend indbildede Ret linne A B udi I det er: lige som E B staar til A B, lige saa staar H B til B I, (af dend 1. D. 31 oc 23); da er det/ som er begreben af I H, H D, lig saa stoor/ som dend giffven plat begreben af A E oc B K, som begieret war.

17. Frembstill:

Lad være giffven et Rund/ hvis halffmaaler er A E lige saa dend Rund F G H I, hvis halffmaaler er K H, oc deris tunghed mitpricke er E oc K: naar mand nu det minste Rund vil skære udaf dend største; om da at at finde det ofuerblifvende styckes tunghed mitpricke (M).

Wercket.

Sæt til E K udaf E, E C lig E A, (af dend 1. D. 22) nu udaf C sæt C D lig H F som er halffmaalern af dend minste Rund/ søg nu

til

til to linner dend tredie ligforholdende / det er: lige som A D staar til D C, lige saa staar DC til D L; forlæng E K til M, saaledis: at K E staar til E M, lige som A D staar til D L (huilcket er det ligholdend / af det Offverbliffvende stycke / til det minste Rund) af dend 1. D. 31 oc 22 / kommer udi M; som er dend begierede tungheds midtpricke.

18. Frembstill:

Der ere giffven tre pricker A, B oc C, huoraf en Seere haffver staat udi E, oc befunden det hiørne A E B lig dend bue F G, oc det hiørne B E C lig dend bue G H; nu spørgis efter dend prick E, der Seern udi haffver staat.

Wercket.

Søg først dend pricke E af dend bue F G H (af dend 1. D. 34)/ sæt nu paa A B, udaf A, dend hiørne I A K lig dend hiørne G E F (af dend 1. D. 23 oc 6) paa A K, udaf A, sæt A L lig A K retstaande (af dend 1. D. 13 eller 21)/ udaf L, lad nu en retstaande falde paa A B udi M (af dend 1. D. 19) / søg nu til tre linner dend fierde ligforholdend (af dend 1. D. 31) / det er: lige som A M staar til A L, lige saa staar A H (lig halff A B) til A W lig B W, med denne længde beskriff et Rund udaf W. Sæt nu paa C B, udaf C det hiørne O C N, lig det hiørne G E H, nu udaf C sæt dend retstaande C P lig C N paa C N, udaf P lad nu en retstaande falde paa B C udi Q, søg nu til tre linner dend fierde ligforholdend / det er: lige som C Q staar til C P, lige saa staar C R (lig halff B C) til C S lig B S, med denne længde beskriff et Rund udaf S, huilcket skærer dend forige fundene Rund udi E; som er dend begierede pricke.

19. Frembstill:

Der er giffven et tegnet prick A paa gulfvet / oc glasgrunden V T, hvor paa glasset rethiørnet staar betænckt/ saa wel som Seerens længde/ eller høygde lig S H, rethiørnet

net

net paa S; nu begierer mand dend prickes A aftegning at finde.

Wercket.

Lad en retstaaende falde udaf A oc S, paa V T (af dend 1. D. 19) kommer udi G oc W, (da er S W Seerns længde som hand staar fra glas grunden) søg nu til tre linner dend fierde ligforholdend (af dend 1. D. 31)/ det er: ligesom S W oc A G udi en sum tilsammen staar til A G, lige saa staar G W til G H; sæt nu G H med V G udi en ret linne (af dend 1. D. 22)/ nu atter igien: ligesom S W oc A G udi en sum tilsammen staar til A G, ligesaa staar S H til H I, dette sæt nu udaf H retstaaende paa V H (af dend 1. D. 21); da er I dend begierde pricke. Mens naar det skeer at dend prick a, kommer med W S, udi en indbildede Ret linne; saa kand mand sætte dend pricke a paa en af siderne fra W S, ligewidig med V T, ieg tager herudi A, hvis afteigning er I, dette sæt (som H I) Retstaande udaf W, paa V W, kommer W i; saa er begieringen fyldist giort. Eller søg til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: lige som a S staar til SH, lige saa staar a W til W i som tilforne.

20. Frembstill:

Der er giffvet tre tegnede pricker A, B oc C, paa gulfvet (eller et trehiørne ABC) oc glasgrunden V T hvor paa glasset rethiørnet staar betæncket/ Saawelsom Seerns høygde lig S H; nu begierer mand deris aftegning at finde.

Wercket.

Udaf A oc S, lad di retstaande falde paa V T, kommer udi G oc W, oc lige som i dend foregaaende finder mand A sin aftegning I. Nu at finde B sin aftegning: lad udaf B en retstaande falde paa V T, kommer udi K, søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 1. D. 31)/ det er: lige som S W oc B K udi en sum staar til BK, lige saa staar K W til K L, sæt nu K L udaf K, med VK udi en rette linne; nu atter igien: lige som SW oc B K udi en sum staar til BK,

lige

lige saa staar S H til L M, sæt nu L M udaf L retstaande paa V L, da er M, B sin aftegning. Nu dend prickes C, aftegning at finde; lad udaf C en Retstaande falde paa V T, kommer udi D, søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende / det er: lige som S W oc D C tilsammen udi en sum staar til D C, lige saa staar D W til D E, føyg nu D E udaf D med V D udi en rette linne; nu atter igien: lige som S W oc D C udi en sum staar til D C, lige saa staar S H til E F, sæt nu E F udaf E retstaande paa D E; da er dend pricke F, prickens C, aftegning / oc dend trehiørne I M F, er aftegningen af dend trehiørne A B C, som begieret war.

21. Fremb still:

Lad være gifwen en tegnet pricke B offwen gulfvet / hvis stand tegning er B A, oc Glasgrunden V T hvorpaa glasset rethiørnet staar betænckt / saa welsom Seerns høygde lig S H; nu begierer mand dend prickes B aftegning at finde.

Wercket.

Søg først dend prick I, som er dend prickes A aftegning (af dette deels 19) / sæt nu Seerns høygde lig S H retstaande paa W T udaf W, som W K (af dend 1. D. 21) / lad nu en retstaande falde / udaf A eller B paa V W, kommer udi G (af dend 1. D. 19) / nu paa G W udaf G, sæt G D lig A B retstaande; udaf I drag en ligewidig med G V (af dend 1. D. 46) som I X; søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende / det er: lige som K G staar til G D, lige saa staar K I til I P, udaf I, sæt I P retstaande paa I X; da er dend pricke P, prickens B aftegning.

22. Fremb still:

Der er gifwen en Terning / hvis grund er A B C D, oc dends side C D, staar udi en Ret linne med glasgrunden V T, hvorpaa glasset rethiørnet staar betænckt / saa welsom

Seerns høygde lig SH; nu begierer mand dends aftegning at finde.

Wercket.

Søg først (af dette deels 20) de pricker I oc M, huilcket ere A oc B, deris aftegning / sæt nu Seerns høygde lig S H retstaande paa H T udaf H, lige som udi dend foregaande / søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 1. D. 31) det er: ligesom D K staar til D B, lige saa staar M K til M N, som er lig I P, nu udaf I oc M sæt I P retstaande paa I M (af dend 1. D. 21); saa er dend Terning C, D, M, N, B, A, P, I, dend begierde Aftegning.

23. Frembstill:

Mand begierer at giøre en væct ret Soole-vijser / hvoraf dend bue B D er giffven / lig forhøyelsen af Axel pricken.

Wercket.

Søg dend mit pricke A af dend bue B D (af dend 1. D. 34) / lad nu en retstaande falde udaf B paa A D, kommer udi C (af dend 1. D. 19) / giør nu det trehiørne A C B lig som det trehiørne A C B (af dend 1. D. 8) / søg nu dend tredie ligforholdende C Æ, (af dend 1. D. 30) hertil sæt udaf Æ; Æ G lig Æ B (af dend 1. D. 22) / sæt nu paa Æ G udaf G, dend retstaande E G lig Æ G (af dend 1. D. 11) / oc bestriff udaf G, med dend længde E G et halffrund (af dend 1. D. andens tilgifft) / dette halffrund deel udi tolf lige deel (af dend 1. D. 12 oc 32) / lad nu udaf hver lige deel en retstaande falde paa Æ G, ieg tager P, kommer udi V; søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende (af dend 1. D. 31) det er: lige som G V staar til V P, lige saa staar G Æ til W Æ, dette sæt udaf Æ, retstaande paa Æ G (af dend 1. D. 21) kommer udi W, huilcken er dend tredie times pricke; oc lige saa finder mand de andre / da kommer timerne udi lige natt climen 5. 4. 3. 2. 1. 12. 11. 10. 9. 8. 7: Om nu dend siette time at finde / saa sæt udaf A paa A C eller A G, dend retstaande

A H oc

A H oc A S (af dend 1. D. 10. eller 46)/ nu udaf dend pricke A, drag til hver Time indbildige rette linner (af dend 1. D. 23 tilgift) / resten viiser sig self; oc begieringen er fyldist giort.

24. Frembstill:

Mand vil giøre en lodret Soole-viiser/ som Afwiger fra Sønden til Westen/ huilcket anwiser dend bue D E, oc forhøyelsen af Axel pricken er lig dend bue B D.

Wercket.

Søg dend mitpricke A af dend bue B D (af dend 1. D. 34); tag nu efter behagelighed F G (huilcket skal være Stiilen rethiørnet udaf Muren) oc sæt dend lodret udaf F til G, paa G F udaf G, giør det hiørne D A E (af dend 1. D. 22 oc 6) huilcket er Afwigelsen; udaf K lad en retstaande falde paa F G (eller N G), udi S (af dend 1. D. 19) søg nu til tre linner dend fierde ligforholdende/ det er: lige som S G staar til S K, lige saa staar F G til F M, dette sæt Retstaande udaf F paa F G (af dend 1. D. 21)/ find nu til to linner dend tredie ligforholdende (af dend 1. D. 30)/ det er: lige som M F staar til F G, lige saa staar F G til F L, føyg nu dette udaf F til F M; da er L dend ene pricke som ligenatted linnen gaar igiennum; sæt nu X M lig M G, udaf M til M F (af dend 1. D. 22)/ oc paa X F udaf X, giør det hiørne Q X C, lig det hiørne D A B, som er forhøyelsen af Axel pricken (af dend 1. D. 23 oc 6)/ udaf C lad en Retstaande falde paa X Q, udi H, find nu til tre linner dend fierde ligforholdend/ det er: lige som X H staar til H C, lige saa staar X M til M P, dette sæt udaf M retstaande paa X M, søg nu til to linner dend tredie ligforholdend/ det er: lige som M P staar til X M, lige saa staar X M til M Æ, da er P M Æ Middags linnen / oc P er Axel pricken/ deraf alle de timelinner til ligenatted linnen maa drages / oc Æ er dend Anden pricke af ligenat linnen; paa Æ L beskriff nu et halff Rund (af dend 1. D. 16) derudi sæt udaf Æ, Æ V lig Æ X, med denne længde Æ V,

udaf

udaf V, beskriff et Rund / oc udaf Æ begynd det Rund at deele udi 24 lige deele (vf dend 1. D. 12 oc 32); lad nu udaf Æ en Retstaande falde paa V P, kommer udi Y, lige saa af hver lige deel paa V P, ieg tager udaf W kommer udi T (af dend 1. D. 19)/ søg nu til tre linner dend fierde ligforholdend/ det er: lige som VT staar til WT, lige saa staar VY til YR, dette sæt til YL da er R dend begierede pricke/af dend Tiende time; oc lige saa søg de andere Timer udi ligenatt linnen / nu udaf Axel pricken P drag til hver Time udi ligenatted linnen ÆL, indbildede Rette linner (af dend Første Deel 23 tilgifft) saa viiser sig Resten self. Naar mand nu begierde de Himmelske Tegen herudi at hafve / saa kand det oc saa udi werck stillis. Forhaabendis at hvad udi dette Liden Werck er befattet / af en hvet somnogen Widenskab haffver udaf Eucl: begynseler kand efter giøres/ (fordi det nu icke tungt siunis at være) lige saa deris bewiisninger (oc de feilende begynseler af Eucl:) / som herudi er efter latte kand mand nu letteligen finde. Mens der som nogen monne være/ huilcke denne maner af opløsning: icke kunde behage/ fordi dend var lettere at giøre med Linial oc Circkel / de maa vide at mig det icke ubewist er / mens at min Oyemerck allenist haffver været/ om Circulens Natur (noget) at undersøge / om dends egenskab derudi bestod / at mand der med alleniste kand opløse de platte Werckstycker (foruden Liniall at bruge) med skærelser af Runder/ lige som herudi forrettit er. Beedendis dend godvillige Læser/ at hand dette efter Kierlighet til beste vil antage / Synderlig dersom herudi noget monne være forseet / tænckende at alle wores Gierninger ere Ufulkommene.

ENDE.

DEUTSCHE ÜBERSETZUNG

EUCLIDES DANICUS,

bestehend aus zwei Teilen.

Der erste Teil: behandelt aus den sechs ersten Büchern des Euclid die darin enthaltenen geometrischen Konstruktionen.
Der zweite Teil: gibt Anlass verschiedene Konstruktionen, wie Schnitt, Berührung, Teilung, anschauliche Zeichenkunst und Sonnen-Uhren auszuführen. Dieses zwar nur mit einem Zirkel (ohne ein Lineal zu benutzen) durch Schnitt von Kreislinien.

Dargestellt
von
GEORG MOHR

Gedruckt in Amsterdam von Jacob van Velsen.
Für den Verfasser, im Jahre 1672.

Dem grossmächtigsten, hochgeborenen

König und Herrn, Herrn

CHRISTIAN

dem Fünften, Erbkönig von Dänemark, Norwegen, der Wenden und Gothen, Herzog von Schleswig, Holstein, Stormarn und Dythmarsken, Graf von Oldenburg und Delmenhorst, etc.

meinem allergnädigsten Erbkönig und Herrn.

Grossmächtigster, hochgeborener König,

Allergnädigster Herr und Erbkönig.

Die mitgeborene Liebe, die ein Mensch für sein Vaterland fühlt, kann nicht leicht vergessen werden, sondern trachtet ständig demselben seinen Dienst zu bezeugen, es sei dieses auf diese oder jene Art und besonders dadurch, was man am besten versteht oder am meisten liebt. Deshalb konnte ich es nicht unterlassen, weil Schuld und Pflicht dieses von mir fordern, mit meinem bescheidenen Können dieses kleine mathematische Werk, meine erste Frucht mathematischer Forschung in unserer dänischen Muttersprache zu verfassen nach Darstellungen des Euclides und einiger anderer Verfasser, aber gelöst auf eine ganz andere Weise, was, wie ich vermute, bisher in dieser Weise in keiner Sprache ans Licht kam. Deshalb wird dieses als Zeichen meiner alleruntertänigsten Schuld und Pflicht Eurer Königlichen Majestät, meinem allergnädigsten Erbkönig und Herrn, hiermit demütigst zugeeignet und gewidmet. Alleruntertänigst bittend Eure Königliche Majestät: Möge Sie diese geringe und wohlgemeinte Arbeit allergnädigst und mit Wohlgefallen entgegennehmen. Gott, der Allmächtige, wolle Eure Königliche Majestät und das Königliche Haus mit allem erwünschten Glücke und Königlicher Wohlfahrt beschützen und segnen. Dieses wünscht Eurer Königlichen Majestät, meines allergnädigsten Erbkönigs und Herrn

Amsterdam, den 31. Januar 1672.

alleruntertänigst treuer Untertan:

GEORG MOHR.

EUCLIDIS DANICI

Erster Teil.

Besteht aus den Konstruktionen des Euclid.

1. Aufgabe.

Aus zwei Punkten A und B soll man ein gleichseitiges Dreieck ABC beschreiben.

Konstruktion.

Beschreibe von A und B aus zwei Bogen mit derselben Öffnung AB. Diese schneiden sich in C. Dann ist ABC das gewünschte Dreieck.

2. Aufgabe.

Ein gleichseitiges Sechseck soll einem Kreise, dessen Halbmesser AB gegeben ist, eingeschrieben werden.

Konstruktion.

Mit BA beschreibe man einen Kreis und von B aus setze man dieselbe Öffnung sechsmal auf dem Kreise ab, was eben auf dem Kreise schliessen wird und die Forderung ist dann erfüllt.

Zusatz.

Wenn man mit derselben Öffnung AB einen Kreisbogen beschreibt und auf diesem AB von B aus dreimal absetzt, dann werden die drei Punkte A, B, E auf einer gedachten Geraden liegen.

3. Aufgabe.

Einem Kreise, dessen Halbmesser AB gegeben ist, ein gleichseitiges Dreieck einzuschreiben.

Konstruktion.

Zunächst mache man es, wie zuvor und ziehe dann die gedachten Geraden *BD, DF, BF,* welche einander gleich und die Seiten in dem gewünschten Dreieck sind.

4. Aufgabe.

Mit der gegebenen Öffnung *AB* soll eine gedachte Gerade doppelt so lang von *B* aus, wie *AB* ist, gemacht werden.

Konstruktion.

Beschreibe von *B* aus einen Kreisbogen mit *AB,* setze *AB* dreimal auf dem Kreise bis *E* ab; dann ist *BAE* die gewünschte Gerade.

5. Aufgabe.

Mit der gegebenen Öffnung *AB* soll eine gedachte Gerade dreimal (oder mehrere Male) so lang von *B* aus, wie *AB* ist, gemacht werden.

Konstruktion.

Erst mache eine doppelt so lange Gerade (aufgrund von 4), dann beschreibe von *E* aus mit derselben Öffnung einen Kreis, setze auf diesem *AB* dreimal von *A* aus ab, man kommt nach *H*; dann liegt *BH* und *AB* auf einer gedachten Geraden; ebenso mache es mit mehreren.

6. Aufgabe.

Einen Winkel *EDF*[1] zu machen gleich dem gegebenen Winkel *BAC.*

Konstruktion.

Man nehme die Öffnung *AB,* beschreibe damit einen Kreisbogen *DG,* dann nehme man die Länge *BC* und setze sie von *D* bis *F* ab, dann ist der Winkel *EDF* ebenso gross, wie der gegebene *BAC.*

[1] Hier sollte *DEF* stehen (Anmerkung des Übersetzers).

7. Aufgabe.

Ein Dreieck zu beschreiben aus drei gegebenen gedachten Geraden AB, BC, AC, von welchen je zwei zusammen länger als die dritte sind.

Konstruktion.

Auf der einen gegebenen Länge AB mache von A aus mit der anderen gegebenen Länge AC einen Bogen und ebenso mache von B aus mit der dritten gegebenen Länge BC, welcher Bogen den ersten in C schneidet; dann ist den Forderungen genüge getan.

8. Aufgabe.

Ein Dreieck DEF zu machen, ebenso gross und ähnlich einem gegebenen Dreieck ACB.

Konstruktion.

Mache DE so lang, wie AC und DF wie AB und EF, wie CB. Dann ist das gewünschte getan.

9. Aufgabe.

Gegeben sind zwei gedachte Gerade, die eine AB doppelt so lang, wie die andere CD; nun soll ein Kreis auf der längeren AB beschrieben werden, dessen Halbmesser die kürzere CD ist.

Konstruktion.

Beschreibe einen Halbkreis mit CD (mit Hülfe des Zusatzes von 2), mache auf AB ein Dreieck AGB gleich dem Dreieck EFD und ein Dreieck GBH gleich dem Dreieck FDC (wie in 8), dann ist H Mittelpunkt (von AB) des gesuchten Kreises.

10. Aufgabe.

In dem einen Endpunkt B von zwei gegebenen Punkten A und B eine Senkrechte zu errichten.

Konstruktion.

Beschreibe einen Halbkreis mit *AB* (aus dem Zusatz von 2) und auf *CD* mache ein gleichseitiges Dreieck (wie in 1), dann steht *EB* senkrecht auf *AB*.

11. Aufgabe.

Ein rechtwinkeliges, gleichseitiges Viereck einem Kreise, dessen Halbmesser *AB* gegeben ist, einzuschreiben.

Konstruktion.

Mache einen Halbkreis mit *AB* (wie im Zusatz von 2) und nimm *EC* (gleich *AF*), damit beschreibe ein gleichschenkliges Dreieck *AHC* über *AC*, nimm nun *BH* und setze es von *A* aus ab nach *I* und *G* oder von *C* aus nach *I* und *G*, dann ist *AI* so lang, wie *IC*, *CG* oder *AG*, welches das gewünschte rechtwinkelige gleichseitige Viereck ist.

12. Aufgabe.

Ein gleichseitiges Zwölfeck einem Kreise, dessen Halbmesser *AB* gegeben ist, einzuschreiben.

Konstruktion.

Mache es, wie im vorhergehenden, dann ist *IE* gleich *IF* die gewünschte Seite.

13. Aufgabe.

Auf einer gedachten Geraden *AB* ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck zu machen.

Konstruktion.

Finde zuerst *I* (wie in 11), mache dann *IK* so lang, wie *BI* und *AK* so lang, wie *AB*; dann ist *AKIB* das gewünschte gleichseitige rechtwinkelige Viereck.

14. Aufgabe.

Einem Kreis, dessen Halbmesser *AB* gegeben ist, ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck umzuschreiben.

Konstruktion.

Mache ein eingeschriebenes gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 11), und mache auf jede der Linien *AB*, *BC*, *BI*, *BG* ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 13), dann ist *KLMN* das gewünschte.

15. Aufgabe.

In der Mitte von den gegebenen Punkten *A* und *B* will man einen dritten Punkt *M* haben so, dass die Punkte auf einer gedachten Geraden liegen sollen.

Konstruktion.

Mache von *A* und *B* aus zwei Halbkreise, wie im Zusatz der 2. Konstr., errichte auf *CD* ein gleichschenkliges Dreieck *CED* (wie in 7), in welchem die Schenkeln *CE* und *ED* so gross wie *CB* oder *AD* sind; beschreibe nun einen Kreis auf *CE* und *ED* (wie in 9), die schneiden sich in *M*, welches der gewünschte Punkt ist.

Anders.

Von *A* und *B* aus, mit der Länge *AB*, mache zwei Halbkreise (wie im Zusatz von 2), die einander in *C* und *D* schneiden; von *B* aus zeichne mit der Öffnung *EB* einen Bogen *EF*, auf diesem setze von *E* aus *EF*, das gleich *AB* ist, ab, hiernach nimm die Länge *FA* und setze sie von *E* aus nach *L* ab, dann ist *AL* gleich *AM* die Hälfte von *AB*; auf dieselbe Weise finde die Hälfte von *CD*, es kommt *DK* gleich *DM* und die zwei Bogen *AL* und *DK* schneiden sich in *M*, welches die Hälfte von *AB* ist.

Bemerkung.

Auf diese Weise kann man *AB* in eine beliebige Anzahl von gleichen Teilen teilen.

Wieder anders.

Mache ein gleichschenkliges Dreieck *CPD*, in welchem die Schenkeln *CP* gleich *DP* so gross, wie *EB* sind und die Grundlinie CD gleich EC ist, beschreibe einen Kreis auf CP und DP (wie in 9), die schneiden sich in M, was gefordert wurde.

16. Aufgabe.

Durch zwei gegebene Punkte A und C einen Kreis mit dem Durchmesser AC zu beschreiben.

Konstruktion.

Wie in der vorigen Aufgabe halbiere AC in G, das der Mittelpunkt ist.

17. Aufgabe.

Einem gegebenen gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck einen Kreis einzuschreiben.

Konstruktion.

Teile AB und AD in zwei gleichgrosse Teile durch F und E (wie in 15), mache auf AF oder AE ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 13), dann ist G Mittelpunkt.

18. Aufgabe.

Einem gegebenen gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck einen Kreis umzuschreiben.

Konstruktion.

Teile AC oder BD in zwei gleichgrosse Teile (wie in 15), durch G, dieser ist Mittelpunkt.

19. Aufgabe.

Von einem gegebenen Punkt A über zwei gegebenen Punkten B und C eine Senkrechte auf BC (welche AF ist) so zu fällen, dass BFC auf einer gedachten Geraden liegen sollen.

Konstruktion.

Mache das Dreieck BDC dem Dreieck BAC gleich (wie in 8), nimm die Länge AC gleich DC, mache von A und D aus die Bogen, die sich in E schneiden, halbiere EC in F (wie in 15), dann ist

F der gewünschte Punkt; oder auch halbiere AD in F, das ebenfalls der gewünschte Punkt ist.

20. Aufgabe.

Von einem gegebenen Punkt A aus die gedachte Gerade, welche einen gegebenen Kreis BC berührt, zu ziehen.

Konstruktion.

Teile AC durch D in zwei gleich grosse Teile (wie in 15), beschreibe mit AD gleich DC einen Kreis, welcher den gegebenen Kreis in B schneidet; dieser ist der gewünschte Punkt.

21. Aufgabe.

Im Endpunkte einer gegebenen gedachten Geraden AB eine andere gegebene gedachte Gerade AC senkrecht zu ziehen.

Konstruktion.

Beschreibe auf der längeren Linie AB einen Halbkreis (wie in 16) und von A aus mit der Länge AC einen Kreisbogen, welcher AB in C schneidet; nun beschreibe im Kreise AB von A oder B aus ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck, dessen Seiten AL gleich BL sind (wie in 11), mit BL gleich DH beschreibe einen Halbkreis DHE (wie im Zusatz von 2), auf diesem setze BC von D aus nach F ab, danach nimm EF und setze es von B nach K ab, dann steht AK senkrecht auf AB.

22. Aufgabe.

Zwei gegebene gedachte Gerade AB und AC längs einer gedachten Geraden zusammenzulegen.

Konstruktion.

Setze AC senkrecht auf AB nach K ab (wie in der vorigen Aufgabe), mache im Kreise AC von K aus ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 11), dann ist KN eine Seite des gleichseitigen rechtwinkeligen Vierecks und N, A, B liegen auf einer gedachten Geraden.

23. Aufgabe.

Zwei ungleiche gedachte Gerade AB und AC sind gegeben; die kürzere soll von der längeren abgezogen werden.

Konstruktion.

Setze AC senkrecht auf AB nach K ab (wie in 21), im Kreise AC zeichne von K aus ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 11), dann ist KM eine Seite im gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck und MB ist der Rest; welches mit AB auf einer gedachten Geraden liegt.

Zusatz.

Will man nun innerhalb einer gedachten Geraden AB mehrere Punkte finden, die mit AB auf einer gedachten Geraden liegen sollen: Dann soll man CD (das willkürlich gewählt wird) von A oder B abziehen, nehmen wir an: von A, man kommt nach E (wie in 23), diese Länge AE setzt man einige Male von E aus längs AB ab (wie in 5), dann werden alle diese Punkte mit AB auf einer gedachten Geraden liegen.

24. Aufgabe.

Die Strecke zwischen zwei gegebenen Punkten A und B wünscht man in eine willkürliche Anzahl, zum Beispiel in drei gleiche Teile zu teilen, so dass alle Punkte auf einer gedachten Geraden liegen sollen.

Konstruktion.

Man kan die einzelnen Teile aufgrund der zweiten Manier der 15. Konstruktion finden, doch man soll Acht geben, dass BE ebenso viele Male die Länge von AB habe, in wie viele Teile man AB teilen will; das übrige führe man aus, wie es dort steht, so be-kommt man einen der Teile, diesen ziehe man von *AB* von *A* oder *B* aus, (wie in 23), das übrige ergibt sich von selbst (wie in 4 oder 5).

Anders.

Wähle willkürlich zwei Punkte *A* und *D*, nimm die Länge so viele Male, wie man wünscht *AB* in Teile zu teilen, zum Beispiel mache *AC* dreimal *AD* (wie in 5); auf *AC* beschreibe einen Kreis (wie in 16), auf diesen setze die Länge *AB* von *A* aus ab, nun fälle von *E* und *D* aus die Senkrechten *HE* und *GD* auf *AB* (wie in 19), dann ist *AB* aufgeteilt, wie gewünscht.

25. Aufgabe.

Von einer gegebenen gedachten Geraden soll man einen gewünschten Teil, zum Beispiel ein Drittel abziehen.

Konstruktion.

Es ist ebenso, wie es in der vorhergehenden Aufgabe (zweite Manier) gemacht wurde, man kommt zu *HG*, welches ein Drittel von *AB* ist.

26. Aufgabe.

Eine gegebene gedachte Gerade wünscht man zu teilen in demselben Verhältnis, wie zwei andere gegebene *AB* und *AC*.

Konstruktion.

Beschreibe auf *AC* einen Halbkreis (wie in 16), auf diesen setze *AD* von *A* aus ab, fälle nun von *B* die Senkrechte auf *AD* (wie in 19), man kommt nach *E*, dann ist *AD* geteilt wie gewünscht. Bemerkung: Wenn *AD* länger ist als *AB* und *BC* zusammen, dann kann *AB* und *AC* immer länger gemacht werden (wie in 4 oder 5).

27. Aufgabe.

En gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck zu machen so gross, wie ein gegebenes rechtwinkeliges Viereck *DC*, *CB*.

Konstruktion.

Setze DC und CB zusammen als DB (wie in 22), beschreibe auf DB einen Kreis (wie in 16), dessen Mittelpunkt F ist, mache nun CE gleich CF (wie in 4), und nimm die Länge BF gleich FD, mit dieser Öffnung mache von E aus einen Schnitt in H, dann ist EH die Seite des gewünschten gleichseitigen rechtwinkeligen Vierecks.

28. Aufgabe.

Zwischen zwei gegebenen Geraden DC und CB das geometrische Mittel zu finden.

Konstruktion.

Es ist ebenso, wie im vorhergehenden.

29. Aufgabe.

Ein rechtwinkeliges Viereck zu machen so gross, wie ein gegebenes gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck, dessen Seite BD ist und die eine Seite des rechtwinkeligen Vierecks ist AB; nun wünscht man die andere Seite BC zu finden.

Konstruktion.

Mache auf zweimal AB gleich MQ einen Kreis (wie in 16), davon ziehe AD gleich MN ab (wie in 23), dann setze von M aus MP gleich MN (gleich AD), zuletzt fälle von N aus eine Senkrechte, man kommt nach O (wie in 19), dann ist MO gleich AL der Halbmesser.

Oder BC zu finden.

Mache auf AB gleich MQ einen Kreis (wie in 16), dann nimm BD gleich MN (wie in 23), von M aus setze MP gleich MN, danach fälle von N aus eine Senkrechte: man kommt nach O (wie in 19), dann ist MO die gewünschte Seite BC.

Aber, wenn BC gegeben war, AB zu finden.

Lege QN gleich zweimal BC und QP gleich zweimal BD längs einer Geraden zusammen (wie in 22 oder 23), beschreibe auf QN

einen Kreis (wie in 16), auf diesem setze von Q aus QO gleich BD ab, fälle danach von P aus eine Senkrechte (wie in 19), man kommt nach M, dann ist QM gleich AB das gewünschte. Bemerkung: Ist QO länger als QN, dann muss man QN und QP verlängern wie in 5.

30. Aufgabe.

Zu zwei gegebenen gedachten Geraden eine dritte im gleichen Verhältnis zu finden.

Konstruktion.

Es ist, wie im vorhergehenden, das heisst: ebenso wie AB gleich MQ sich zu BD gleich MN verhält: verhält sich BD gleich MP zu BC gleich MO.

31. Aufgabe.

Zu drei gegebenen Geraden die vierte Proportionale zu finden.

Konstruktion.

Mache zuerst das rechtwinkelige Viereck gleich einem gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck (wie in 27) und dann das gleichseitige rechtwinkelige Viereck gleich einem rechtwinkeligen Viereck (wie in 29), so wird das erhaltene gleich dem geforderten sein. Oder auch: ebenso, wie QN sich zu QP verhält, verhält sich QO zu QM, während, wenn QO länger als QN ist, man QN und QP so oft verlängern kann, dass QN länger als QO wird, wie in 5, wie gefordert.

32. Aufgabe.

Einen Bogen (BAD) eines gegebenen Kreises (durch C) in zwei gleiche Teile zu teilen.

Konstruktion.

Teile BD durch E in zwei gleiche Teile (wie in 15), ziehe AE von AD (wie in 23), nimm nun GD gleich EC und setze es senkrecht auf EB von E aus ab (wie in 21), man kommt nach C; dann ist die Forderung erfüllt.

Anders.

Suche zur Summe von AD und AG und DE eine dritte Linie im gleichen Verhältnis (wie in 30), man kommt zu EC, danach wie zuvor.

33. Aufgabe.

Durch drei gegebene Punkte A, B und C einen Kreis zu beschreiben.

Konstruktion.

Fälle die Senkrechte von B auf AC nach D (wie in 19), suche dann zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), das heisst: ebenso wie zweimal BD sich zu AB verhält, verhält sich BC zum Halbmesser AE, gleich EC, des gewünschten Kreises.

34. Aufgabe.

Durch einen gegebenen Bogen AB dessen ganzen Kreis zu beschreiben.

Konstruktion.

Setze einen willkürlichen Punkt C auf den Bogen und durch diese drei Punkte beschreibe einen Kreis, wie im vorhergehenden; dann wird der Forderung genüge getan.

35. Aufgabe.

Einen gegebenen Bogen AB (durch C) in zwei gleiche Teile zu teilen.

Konstruktion.

Mache zunächst genau wie im vorhergehenden und dann, wie es in 32 gemacht wurde, dann entsteht C, der gewünschte Punkt.

36. Aufgabe.

In einem gegebenen Kreis, dessen Halbmesser ED ist, ein Dreieck zu machen ähnlich einem gegebenen Dreieck ABC.

Konstruktion.

Beschreibe einen Kreis durch die drei Punkte *A*, *B*, *C* (wie in 33) und setze diesen Kreis in den gegebenen Kreis hinein; ziehe nun *BD* von *ED*, (wie in 23), mache ebenso mit den zwei anderen Linien, es entsteht *F* und *G*: dann ist das Dreieck *FEG* gleichwinkelig dem gegebenen Dreieck *ABC*.

Anders.

Ziehe die kürzeste Seite *BC* von *C* aus von *CA* und von *A* aus von *AC*, und von *AB*, es entsteht *ARTC* und *SB* (wie in 23); setze auf *DE* von *E* aus die Senkrechte *EM* oder *EN* (wie in 10), mache auf *EN* und *EM*, von *E* aus, den Winkel *PEK* gleich dem Winkel *RCB* und den Winkel *OEV* gleich dem Winkel *TAS* (wie in 6); von *K* aus fälle eine Senkrechte auf *DE* nach *F*, ebenso eine von *V* aus auf *DE* nach *G* (wie in 19). Suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31 und 23), es entsteht *EQ* und *EY*, (das heisst: ebenso wie *EK* sich zu *EF* verhält, verhält sich *ED* zu *EQ* und auch: ebenso wie *EV* sich zu *EG* verhält, verhält sich *ED* zu *EY*); mache jedes doppelt so gross (wie in 4), es entsteht *X* und *W*; dann ist das Dreieck *XEW* ähnlich dem gegebenen Dreieck *CBA*.

37. Aufgabe.

Einem gegebenen Kreise (dessen Halbmesser *HM* ist) ein Dreieck *XYV* zu umschreiben, welches einem gegebenen Dreieck *BCA* ähnlich ist.

Konstruktion.

Ziehe die kürzeste Seite *AB* von *AC* und *BC* von *A* und *C* aus, es entsteht *GC* und *FC* (wie in 23), mit derselben Länge beschreibe auf *AB* von *A* und *B* aus zwei Halbkreise (wie im Zusatz von 2), es entsteht *DGB* und *EFA*; ebenso beschreibe einen Kreis *KLI* mit der Länge *AB*; vom Mittelpunkte *H* aus mache nun den Winkel *KHI* gleich dem Winkel *EBF* und den Winkel *KHL* gleich dem Winkel *DAG* (wie in 6), ziehe *HM* von *LH* und *HO* von *HK*, ebenso *HN* von *HI*, es entsteht *LM*, *KO* und *NI* (wie in 23); teile nun den Winkel oder Kreisbogen *MHO* und *NHO*, ebenso den Winkel *MHN*, in zwei gleiche Teile (wie in 32), es entsteht *P*, *Q* und *S*; nun fälle von *P*, *Q* und *S* aus die Senkrechte auf *HK* und *HL* (wie in 19), es entsteht *W*, *R* und *T*; finde nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *HW* sich zu *WP* verhält, verhält sich *HO* zu *OV* gleich *VM*; ebenso findet man *OX* gleich *XN* und *MY* gleich *YN*; dann ist das Dreieck *XYV* ähnlich dem gegebenen Dreieck *BCA*.

38. Aufgabe.

Einem gegebenen Dreieck *BCA* einen Kreis einzuschreiben.

Konstruktion.

Fälle eine Senkrechte von einer Winkelspitze, ich nehme *C*, auf *AB*, es entsteht *D* (wie in 19); finde zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), es entsteht der Halbmesser *GE*; das heisst: ebenso wie die Hälfte der Summe von *AB*, *BC* und *AC* sich zur Hälfte von *AB* verhält, verhält sich *CD* zum Halbmesser *GE*. Füge nun zwei von den Linien zusammen, ich nehme *AB* und *AC* und ziehe davon die dritte *BC* (wie in 22 und 23), die übriggebliebene Hälfte ziehe von *A* aus von *AB* oder *AC*, es entsteht *EC* oder *FB*, setze nun den vorhin gefundenen Halbmesser *GE* senkrecht auf *AE* oder *AF* von *E* oder *F* aus, es entsteht *G*, der gewünschte Mittelpunkt.

Anders.

Ziehe die kürzeste Seite *BC* von *B* und *C* aus von *AB* und *AC*, es entsteht *AI* und *AH*; teile jeden der Bogen *IBC* und *HCB* in zwei gleiche Teile durch *L* und *K* (wie in 32); fälle nun die Senkrechte von *B* und *L* aus auf *KC*, es entsteht *N* und *M* (wie in 19); finde nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), das heisst: ebenso wie die Summe von *NB* und *LM* sich zu *MN* verhält, ebenso verhält sich *NB* zu *NG*; setze nun *NG* zu *NK* (wie in 22), dann ist *G* der Mittelpunkt; fälle nun die Senkrechte von *G* aus auf eine der Seiten, zum Beispiel *BC*, nach *P*, dann ist die Senkrechte *GP* der gewünschte Halbmesser des gewünschten Kreises. Welcher dem Dreieck eingeschrieben werden sollte.

39. Aufgabe.

Eine gedachte Gerade *AC* wünscht man durch einen Punkt *G* zu teilen, so zwar, dass das rechtwinkelige Viereck (*CA*, *GA*) aus der ganzen Linie und einem der Teile so gross, wie das gleichseitige rechtwinkelige Viereck aus dem andern Teil sein soll.

Konstruktion.

Mache auf *AC* ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 11), teile danach *CD* durch *E* in zwei gleiche Teile (wie in 15), nimm nun *AE* und setze es längs einer Geraden zusammen mit *ED* (wie in 22), setze *GC* gleich *FC* von *C* aus senkrecht auf *FC* (wie in 11); dann wird *AC* durch *G* der Forderung gemäss geteilt.

40. Aufgabe.

Man soll ein gleichschenkliges Dreieck machen so, dass jeder der Winkel auf der Grundlinie doppelt so gross wie der dritte *BAD* sein soll.

Konstruktion.

Wähle *AB* willkürlich und teile es durch *C*, wie es im vorhergehenden gefordert war, mache darauf *BD* auf dem Kreise gleich *AC*; dann ist das Dreieck *DAB*, welches im Kreise *AB* gemacht wurde, das geforderte.

41. Aufgabe.

Einem gegebenen Kreise soll man ein gleichseitiges Fünfeck einschreiben.

Konstruktion.

Mache zuerst ein Dreieck, wie gefordert im vorhergehenden, beschreibe dann im gegebenen Kreise ein Dreieck gleichwinkelig mit dem vorigen (wie in 36), dann ist BC eine Seite des gewünschten Fünfecks.

42. Aufgabe.

Einem Kreise ein gleichseitiges Fünfeck umzuschreiben.

Konstruktion.

Beschreibe in einem Kreise, wie im vorhergehenden, ein Fünfeck; dessen Seite ist BC; teile darauf den Bogen BAC in zwei gleiche Teile durch D (wie in 32), ebenso halbiere BC durch F (wie in 15); suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale, es entsteht ED (wie in 31); das heisst: ebenso wie AF sich zu BF verhält, verhält sich AD zu ED; mache es doppelt so gross (wie in 4), es entsteht EG, eine der gewünschten Seiten.

43. Aufgabe.

Einem gleichseitigen und gleichwinkeligen Fünfeck soll ein Kreis eingeschrieben werden.

Konstruktion.

Wie in 32, teile die Bogen DBC und EDC durch F und G in zwei gleiche Teile, fälle dann von F und C eine Senkrechte auf GD, es entsteht H und R (wie in 19); suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale RI (wie in 31), das heisst; ebenso wie FH und RC in einer Summe sich zu HR verhält, verhält sich RC zu RI; setze nun RI zu RD (wie in 22), dann ist I der Mittelpunkt; teile nun AB in zwei gleiche Teile durch M (wie in 15); mit der Länge IM beschreibe den Kreis, der gefordert wurde.

44. Aufgabe.

Einem gleichseitigen und gleichwinkeligen Fünfeck soll man einen Kreis umschreiben.

Konstruktion.

Zuerst suche dessen Mittelpunkt I (wie in 43), dann beschreibe einen Kreis mit der Länge AI; dann ist der Forderung genüge getan.

45. Aufgabe.

Einem gegebenen Kreise soll ein gleichseitiges Fünfzehneck eingeschrieben werden.

Konstruktion.

Beschreibe im Kreise ein gleichseitiges Dreieck (wie in 3) und ein gleichseitiges Fünfeck (wie in 41) so, dass das Dreieck und Fünfeck in einem Punkte L auf dem Kreise beginnen; dann ist BH gleich CK eine Seite von dem Fünfzehneck, welches gefordert wird.

46. Aufgabe.

Von einem gegebenen Punkte A aus soll man eine gedachte Gerade ziehen parallel einer gegebenen gedachten Geraden BC.

Konstruktion.

Nimm die Länge AC, damit mache von B aus einen Bogen, ebenso von A aus mit der Länge BC, welcher den ersten Bogen in D schneidet, dann ist AD parallel mit CB. Bemerkung: Will man von A eine gegebene gedachte Gerade ziehen parallel mit BC, so kann man die Konstruktion (mit Hülfe von 22 und 23) leicht ausführen.

47. Aufgabe.

Ein Parallelogramm ($GBLM$) zu machen, ebenso gross wie ein gegebenes Dreieck ABC und so, dass es einen Winkel haben soll gleich dem gegebenen Winkel EDF.

Konstruktion.

Mache von C aus eine Parallele CH zu AB (wie in 46), auf AB, von B aus, einen Winkel NBI gleich dem Winkel EDF (wie in 8), fälle nun von B eine Senkrechte auf CH (wie in 19), es entsteht K; ebenso eine von I auf KB nach N; suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), das heisst: ebenso wie BN sich zu NI verhält, verhält sich BK zu KL; füge von K aus KL zu KC (wie in 22), halbiere nun AB durch G (wie in 15) und von G aus mache eine Parallele mit BL (wie in 46), es entsteht M; dann ist das Parallelogramm $GBLM$ gleich dem Dreieck ABC.

48. Aufgabe.

Man mache ein rechtwinkeliges Parallelogramm ($BAEG$) gleich einem gegebenen Dreieck ABC.

Konstruktion.

Fälle von C aus eine Senkrechte auf AB nach D (wie in 19), halbiere nun CD in F (wie in 15), von F aus mache eine gedachte Gerade parallel und gleich mit AD und DB (wie in 46), dann ist das Parallelogramm $AEBG$ ebenso gross, wie das Dreieck ABC.

49. Aufgabe.

Auf einer gegebenen gedachten Geraden AB soll man ein Parallelogramm ($BAPQ$) machen ebenso gross, wie ein gegebenes Dreieck EFG und so, dass es einen Winkel haben soll gleich einem gegebenen Winkel HIK.

Konstruktion.

Mache ein rechtwinkeliges Parallelogramm $EGLH$ ebenso gross, wie das Dreieck EFG, wie im vorhergehenden; suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), das heisst: ebenso wie AB sich zu EG verhält, verhält sich GL zu BD; setze BD von B aus senkrecht auf AB (wie in 21), mache nun von D aus eine Parallele mit AB, es entsteht C (wie in 46); mache auf AB, von B aus, den Winkel MBN gleich dem Winkel HIK, fälle von N aus eine Senkrechte auf BD nach O (wie in 19), suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie BO sich zu

ON verhält, verhält sich *BD* zu *DP*; ziehe nun *DP* von *D* aus von *CD* (wie in 23), es entsteht *CP*, mache von *P* aus eine Parallele mit *AB*, es entsteht *QP*, dann ist das Parallelogramm *ABPQ* ebenso gross, wie das gegebene Dreieck *EFG*.

50. Aufgabe.

Man will ein Parallelogramm machen ebenso gross wie eine gegebene geradlinige Figur und so, dass es einen Winkel haben soll gleich einem gegebenen.

Konstruktion.

Mache jedes der zwei Dreiecke *ADC* und *ABC* zu einem gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck (wie in 48 und 27), dann mache diese zwei rechtwinkelige gleichseitige Vierecke zu einem und das übrige mache wie es in 47 oder 49 gemacht wurde, dann ist das gewünschte getan.

51. Aufgabe.

Auf einer gegebenen Geraden *AB* eine geradlinige Figur *ABGE* zu machen, das gleichwinkelig[1] mit einer gegebenen geradlinigen Figur *ACDE* ist.

Konstruktion.

Suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *AC* sich zu *AD* verhält, verhält sich *AB* zu *AG*; ziehe nun *AG* von *A* aus von *AD* (wie in 23), es entsteht *DG*; suche wieder zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in 31), das heisst: ebenso wie *AD* sich zu *AE* verhält, verhält sich *AG* zu *HF*; ziehe *AF* von *A* aus von *AE*, es entsteht *EF*; dann ist der Forderung genüge getan.

52. Aufgabe.

Eine geradlinige Figur (*BMNOP*) nach zwei gegebenen geradlinigen Figuren zu machen so, dass sie so gross sei wie die eine *Q* und ähnlich der anderen *BEDCA*.

[1] Hier sollte »ähnlich« stehen. (Anm. des Übers.)

Konstruktion.

Mache jede der zwei geradlinigen Figuren zu einem gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck (wie in 48 und 27) und setze die Seiten der zwei gleichseitigen rechtwinkeligen Vierecke, nämlich *BF* und *BL*, von *B* aus längs der Geraden *BA* (wie in 22); suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *BF* sich zu *BE* verhält, verhält sich *BL* zu *BM*; ziehe nun *BM* von *B* aus von *BE* (wie in 23), es entsteht *ME*; ebenso findet man *ND*, *OC* und *PQ*, wie gefordert wurde.

53. Aufgabe.

Auf einer gegebenen Geraden *BA* will man zwei Parallelogramme machen, so dass das eine (*BEFG*) ähnlich einem gegebenen Parallelogramm *C* und das andere (*AFGH*) ebenso gross wie eine gegebene geradlinige Figur *D* sei, doch ist die gegebene geradlinige Figur nicht grösser, als das Parallelogramm, welches man auf der Hälfte der Linie ähnlich dem gegebenen Parallelogramm machen kann.

Konstruktion.

Halbiere *AB* in *M* (wie in 15), mache auf *BM* ein Parallelogramm *MBNK* gleichwinkelig mit *C* (wie in 51), mache darauf das Parallelogramm *LGOK* gleich der gegebenen geradlinigen Figur *D* und gleichwinkelig mit dem gegebenen Parallelogramm *C* (wie in 52), ziehe von *M* aus eine Parallele mit *LG* und ebenso von *L* aus eine Parallele mit *MA*; dann ist das Parallellogramm *AFGH* gleich der gegebenen geradlinigen Figur *D*, gleichwinkelig mit dem Parallelogramm *C*, wie gefordert wird.

54. Aufgabe.

An eine gegebene gedachte Gerade *BA* soll man ein Parallelogramm (*LBGH*) anlegen, ebenso gross, wie eine gegebene geradlinige Figur *S*, so, dass von diesem ein Stück, welches einem anderen gegebenen Parallelogramm gleichwinkelig[1] ist, ausserhalb dieser fallen soll.

Konstruktion.

Halbiere *BA* in *C* (wie in 15) und mache auf *AC* ein Parallelogramm *ACDE*, gleichwinkelig mit dem gegebenen Parallelogramm *R* (wie in 51), ebenso mache ein Parallelogramm *HKDF* ebenso gross, wie das Parallelogramm *ACDE* zusammen mit dem gegebenen Parallelogramm *S** (wie in 52), mache nun auf der Hälfte *CB* ein Parallelogramm *KLBC* gleich *IKCA*, nun ziehe von *H* aus eine Parallele mit *AI* (wie in 46); dann ist das Parallelogramm *HLBG* ebenso gross wie die gegebene geradlinige Figur *S* und das ausserhalb fallende Parallelogramm *HIAG* ist gleichwinkelig mit dem gegebenen Parallelogramm *R*; gemäss der Forderung.

[1] Hier sollte »ähnlich« stehen. (Anm. des Übers.)

* Hier sollte »mit der gegebenen geradlinigen Figur *S*« stehen. (Anm. des Übers.)

EUCLIDIS DANICI

Zweiter Teil.

Besteht aus verschiedenen Konstruktionen.

1. Aufgabe.

Ausserhalb des Halbkreises ist der Punkt C gegeben, doch so, dass AC kürzer als der Halbmesser ist und dass AC mit dem Halbmesser längs einer gedachten Geraden liegt; nun will man von C aus eine Gerade ziehen, welche den Kreis in E durchschneidet und in F auf dem Kreise endet so, dass EF doppelt so lang, wie AC sein soll.

Konstruktion.

Suche das geometrische Mittel zwischen der Summe des Durchmessers und AC und AC (wie in 28 des Ersten Teiles), ziehe von dem herauskommenden AC (wie in 23 des Ersten Teiles), setze den Rest von C nach E, übertrage G, welches der Mittelpunkt ist, mit EH gleich EG (gleich AG) auf die andere Seite nach H, von H und G aus beschreibe die Bogen, welche den Kreis in F schneiden (wie in 19 des E. T.), dann ist EF doppelt so gross wie AC und liegt mit CE auf einer gedachten Geraden.

2. Aufgabe.

Von einem gegebenen Punkte C aus, ausserhalb des Halbkreises AFB, soll man eine gedachte Gerade CF ziehen, welche den Kreis in E durchschneidet und auf dem Kreise in F endet so, dass das rechtwinkelige Parallelogramm CE, EF ebenso gross sei, wie das rechtwinkelige Parallelogramm CA, AG, gleich dem Halbmesser des Kreises.

Konstruktion.

Suche das geometrische Mittel CE zwischen GC und AC, danach kann man EF finden, wie im vorhergehenden und der Forderung ist genüge getan.

3. Aufgabe.

Gegeben ist ein gleichseitiges Dreieck CAB mit der Parallelen AP, von A aus, zu BC; man wünscht von B aus eine Gerade zu ziehen, welche AC in F schneidet und auf der Parallelen AP in E endet, so dass EF gleich einer gegebenen gedachten Geraden S sein soll.

Konstruktion.

Halbiere BC in G (wie in E. T. 15), setze GL gleich S von G aus senkrecht auf BG (wie in E. T. 21), ziehe von B aus BG von BL (wie in E. T. 23), es entsteht ML; ziehe nun $\frac{ML}{2}$ vom geometrischen Mittel zwischen der Summe von $\frac{ML}{4}$ und BC und ML, ziehe das herauskommende von A aus von AC, es entsteht F; füge S von F aus zu FB (wie in E. T. 22), dann wird der Punkt E auf der gedachten parallelen Geraden AP liegen, wie gefordert wurde.

4. Aufgabe.

Gegeben sei ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck $ABCD$, wovon AD die Verlängerung von DL längs einer gedachten Geraden ist; man wünscht von B aus eine gedachte Gerade zu ziehen, welche DC in K schneidet und auf der Verlängerung AL in I endet so, dass KI gleich einer gegebenen gedachten Geraden R sein soll.

Konstruktion.

Von A aus, senkrecht auf AD, setze AE gleich R (wie in E. T. 21), ziehe AD von D aus von ED (wie in E. T. 23), es entsteht EF; ziehe danach $\frac{EF}{2}$ vom geometrischen Mittel zwischen der Summe von $\frac{EF}{4}$ und AD und EF; setze das herauskommende von D aus senkrecht auf AD; man gelangt nach K; füge nun R von K aus zu KB, es entsteht I; dann wird der Punkt I auf der gedachten Geraden AL liegen, gemäss der Forderung.

5. Aufgabe.

Auf der gedachten Geraden EV ist gegeben der Punkt A; man wünscht einen Punkt O zwischen A und E zu finden, so dass das gleichseitige rechtwinkelige Viereck von AO zum rechtwinkeligen Parallelogramm bestimmt durch OE und ein gegebenes AV sich verhält, wie R zu S oder AI zu AV.

Konstruktion.

Setze von A aus AY gleich AE senkrecht auf AV, ebenso RI gleich AI von I aus auf VI oder AI (wie in E. T. 21), beschreibe einen Kreis auf YR (wie in E. T. 16), fälle von S aus eine Senkrechte auf IA (wie in E. T. 19), es entsteht T, lege ST zu SR und ziehe ST von SR, es entsteht TW und TX (wie in E. T. 22 und 23), suche nun das geometrische Mittel zwischen TX und TW (wie in E. T. 28), dann liegt der Punkt O auf AE, wie gefordert wurde.

Anders.

Suche das geometrische Mittel AK zwischen EA und AI, halbiere IA in M (wie in E. T. 15), ziehe MO gleich MK von M aus von ME (wie in E. T. 23), es entsteht O, der gewünschte Punkt.

6. Aufgabe.

Gegeben ist ein Kreis ADB; man wünscht einen Punkt C auf dem Kreise zu finden, so dass, wenn man von diesem Punkte aus eine gedachte Gerade zieht, welche den Durchmesser AB (in E)

schneidet und auf dem Kreise in D endet, AD sich zu DB verhält, wie AE zu EB.

Konstruktion.

Mache von A aus ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck (wie in 11), dessen Seite AC gleich BC ist, dann ist C der gewünschte Punkt; wähle nun auf dem Durchmesser AB einen willkürlichen Punkt E; suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie CE zu AE sich verhält, verhält sich EB zu ED (wie in E. T. 31 und 22); ziehe nun die gedachten Geraden von A und B nach D, dann wird AE zu AD sich verhalten, wie EB zu BD, wie gefordert wurde.

7. Aufgabe.

Gegeben sind zwei Kreise, deren Halbmesser AB und CD sind; man wünscht einen Punkt F zu finden, (welcher mit AB und CD auf einer gedachten Geraden liegen soll), so dass wenn man durch diesen eine gedachte Gerade zieht, soll diese die beiden Kreise berühren.

Konstruktion.

Suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie CD abgezogen von AB sich zu BE verhält, verhält sich CD zu EF; setze nun EF von E aus zu AE (wie in E. T. 22), es entsteht F; ziehe von diesem Punkte aus eine gedachte Gerade, welche die zwei gegebenen Kreise berührt (wie in E. T. 20), es entstehen G und H; dann liegen die drei Punkte H, G, F auf einer gedachten Geraden.

8. Aufgabe.

In einem gegebenen gleichseitigen rechtwinkeligen Viereck $ABCD$ ist von B aus mit der Länge BD ein Viertelkreis BDA gezeichnet; man wünscht die zwei (grössten) Kreise, wie QM und HG zu beschreiben, so dass diese das gleichseitige rechtwinkelige Viereck (in M und N; und in G und P) berühren sollen und ebenso den Bogen (in E).

Konstruktion.

Ziehe BD von BC, es entsteht EC (wie in E. T. 23), gleich dem Halbmesser des grösseren Kreises; ziehe danach EC von B aus von BD oder BA, es entsteht BM oder BN; mache ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck, dann ist Q der Mittelpunkt des einen Kreises. Oder ziehe EC von E aus von EB, es entsteht EQ, welches der Halbmesser ist. Nun ist der Halbmesser des kleineren Kreises zu finden. Fälle die Senkrechte von E aus auf CD oder CA, es entsteht F (wie in E. T. 19); suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie CE und EF in einer Summe sich zu CE verhält, verhält sich EF zum Halbmesser CG gleich CP; ziehe nun CG von C aus von CD, es entsteht GD; mache auf CG ein gleichseitiges rechtwinkeliges Viereck, es entsteht H, der Mittelpunkt; oder setze CG gleich EH zu EB (wie in E. T. 22), es entsteht dasselbe.

9. Aufgabe.

Gegeben ist ein Halbkreis AKC, dessen Halbmesser AB ist und auf dem Halbmesser AC sind zwei Halbkreise beschrieben, auch ist das geometrische Mittel DK gegeben. Nun wünscht man die zwei (grössten) Kreise, wie EMS und HTL zu beschreiben, so dass diese DK berühren sollen (wie hier in P und O) und ebenso die gegebenen Kreise (in M und S und in L und T).

Konstruktion.

Suche zu zwei Linien die dritte Proportionale (wie in E. T. 29), das heisst: ebenso wie AB sich zu AF verhält, verhält sich AF zu RW; ziehe dieses von AF (wie in E. T. 23), dann entsteht der Halbmesser des Kreises ES gleich dem Halbmesser des Kreises HT. Um nun dessen Mittelpunkt E zu finden, füge man den Halbmesser zu AF, es entsteht FE (wie in E. T. 22), und ziehe den Halbmesser von AB, es entsteht BE; mit diesen zwei Linien mache ein Dreieck auf FB, dann entsteht der Mittelpunkt E. Um dann den Mittelpunkt H zu finden, füge man den Halbmesser zu GD gleich GC, es entsteht GH; ziehe den Halbmesser von AB, es entsteht BH gleich BE; mache mit diesen zwei Linien ein Dreieck auf BG, dann entsteht der Mittelpunkt H; fälle von E und von H aus eine Senkrechte auf KD (wie in E. T. 19), es entsteht O und P; beschreibe von E und H aus die zwei Kreise mit dem vorher gefundenen Halbmesser, dann werden sie berühren, wie gefordert, in M, S und P und in L, T und O.

10. Aufgabe.

Gegeben sind zwei Punkte A und B über (oder unter) einer gedachten Geraden CD; nun wünscht man einen Kreis zu beschreiben, so dass dieser durch die zwei Punkte hindurchgehen und die gedachte Gerade berühren soll.

Konstruktion.

Fälle von B aus eine Senkrechte auf CD, es entsteht E; ebenso von A aus auf BE nach F (wie in E. T. 19); suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie BF sich zu AF verhält, verhält sich BE zu EG; setze nun EG zu ED, ebenso HG gleich GA zu GA (wie in E. T. 22 und 4), suche dann das geometrische Mittel zwischen HG und GB (wie in E. T. 28), diese Länge GI setze von G aus zu GD nach K; beschreibe nun einen Kreis durch die Punkte K, A, B (wie in E. T. 33), dann ist der Forderung genüge getan.

11. Aufgabe.

Man wünscht eine gegebene gedachte Gerade AB durch C so zu teilen, dass wenn man auf dem einen Teil CB ein gleichseitiges

Dreieck macht, soll dieses ebenso gross sein, wie das gleichseitige rechtwinkelige Viereck auf dem andern Teil AC.

Konstruktion.

Mache ein beliebiges gleichseitiges Dreieck EFG, halbiere EG durch H (wie in E. T. 15), setze das geometrische Mittel zwischen EH und FH zu EG (wie in E. T. 28 und 22); wenn man nun AB im Verhältnis von EG zu dessen Verlängerung teilt (wie in E. T. 26), entsteht C, welches der gewünschte Punkt ist.

12. Aufgabe.

Gewünscht wird eine gedachte Gerade EK zu finden, welche das gegebene Dreieck ABC und ebenso dessen Umfang halbiert und auf einer gegebenen Seite beginnt.

Konstruktion.

Suche das geometrische Mittel zwischen BC und der Hälfte von AC; füge die drei Linien BC, AC und AB zusammen (wie in E. T. 22), und auf ihrem vierten Teil beschreibe einen Halbkreis (wie in E. T. 24 und 16); von einem Endpunkte des Durchmessers setze auf diesen das vorhin gefundene geometrische Mittel. Wenn man dann die andere Dreiecksseite im selben Kreise vom vorigen vierten Teil abzieht oder dazu legt, entsteht EC oder CK (wie in (E. T. 22 und 23); wie gewünscht, ist das Dreieck CEK gleich der Figur $EBAK$ und die Linien KC und CE in einer Summe sind gleich EB, BA und AK in einer Summe.

13. Aufgabe.

Gegeben sind zwei Halbkreise, (welche mit deren Durchmesser auf derselben Grundlinie stehen), wie hier AFB und CED; zwischen deren Kreise soll man die kürzeste gedachte Gerade stellen, welche sich zu einem der Ecken, hier nach A, streckt.

Konstruktion.

Setze *DB* von *C* aus zu *CD* (wie in E. T. 22), es entsteht *DR*; suche das geometrische Mittel zwischen *AR* und *AB* (wie in E. T. 28), es entsteht *AM*; setze dieses senkrecht auf *RA* (wie in E. T. 21), ebenso *AL* gleich *AP*, welches den Kreis *CPD* berührt; suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *RA* zu *AM* sich verhält, verhält sich *AL* zu *AI* (wie in E. T. 31); setze nun *AI* von *A* aus zu *RA*, es entsteht *I*; mit dieser Länge *AI* mache von *A* aus einen Bogen, welcher den Kreis *CED* in *E* schneidet; fälle vom Mittelpunkte *K* aus die Senkrechte auf *AE* (wie in E. T. 19), es entsteht *S*; mache dann *AS* von *A* aus doppelt so gross, (wie in E. T. 4), es entsteht *F*; dann ist *EF* die kürzeste, wie gefordert wurde.

14. Aufgabe.

In einem Halbkreis das grösste gleichseitige rechtwinkelige Viereck zu machen.

Konstruktion.

Suche das geometrische Mittel *CD* zwischen dem Durchmesser *AB* und dem fünften Teil von diesem; welches eine der gewünschten Seiten ist.

15. Aufgabe.

Von zwei gegebenen Punkten *A* und *B* will man zwei gedachte Gerade *AG* und *BG* ziehen, deren gleichseitige rechtwinkelige Vierecke zusammen zum Dreieck, welches von der gegebenen Linie *AB* und den zwei gezogenen Linien *AG*, *BG* umschlossen wird, ein gegebenes Verhältnis, wie *R* zu *S*, haben sollen, welches nicht kleiner als 4 sein darf.

Konstruktion.

Halbiere *AB* in *E* (wie in E. T. 15), suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie *S* sich zu R verhält, verhält sich $\frac{AB}{4}$ zu EF; setze dieses von E aus senkrecht auf AB (wie in E. T. 21), beschreibe auf EF einen Halbkreis (wie in E. T. 16), auf diesem setze von E aus EC gleich EB; beschreibe von F aus mit der Länge FC einen Kreis; dann wird, wenn man von den beiden Punkten A und B aus zu einem Punkte G, der irgendwo auf dem Kreise liegt, AG und BG zieht, der Forderung Genüge getan.

16. Aufgabe.

Willkürlich gegeben sind zwei parallele gedachte Gerade, AB und CD; ausserhalb diesen einen Punkt H zu finden, von welchem zwei Gerade HI und HD unter gegebenen Winkeln F und G zu den Geraden AB und CD ausgehen, so dass das Parallelogramm IH, HD, welches von diesen umschlossen wird, ebenso gross, wie eine gegebene Figur $AEBK$ sein soll.

Konstruktion.

Mache auf CD von D aus die Winkel NDO, PDO gleich den Winkeln G und F und ebenso auf AB den Winkel ASR gleich dem Winkel F (wie in E. T. 8 und 23); von C aus ziehe eine Parallele zu DP, es entsteht CD (wie in E. T. 46); fälle nun von Q und C aus die Senkrechten auf BD (wie in E. T. 19), es entstehen W und X; suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie QW abgezogen CX sich zu XW verhält, verhält sich QW zu WV; setze dieses von W aus zu WX (wie in E. T. 22), es entsteht V; finde nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie CD sich zu DV verhält, verhält sich AB zu BE; setze dieses von B aus zu BD, es entsteht E; suche nun das geometrische Mittel BF zwischen EB und BK (wie in E. T. 28) und halbiere BD in G (wie in E. T. 15); setze von G aus GH gleich GF zu GK; ziehe von H aus eine Parallele zu AB

(wie in E. T. 46), welche *Hh* ist; dann wird, wenn man auf dieser gedachten Geraden *Hh* einen willkürlichen Punkt wählt, ich wähle *H* und von diesem aus eine Parallele zu *AE* zieht, welche auf der gedachten Geraden *AB* in *E* endet, das heisst: ebenso wie *EB* zu *AB* sich verhält, verhält sich *HB* zu *BI* (wie in E. T. 31 und 23), dann ist das, was in *IH*, *HD* enthalten ist, ebenso gross, wie die gegebene Figur, enthalten in *AE* und *BK*, wie gefordert wurde.

17. Aufgabe.

Gegeben sei ein Kreis, dessen Halbmesser *AE* ist und ausserdem ein Kreis *FGHI*, dessen Halbmesser *KH* ist und deren Schwerpunkte *E* und *K* sind; wenn man nun den kleineren Kreis aus dem grösseren herausschneidet, ist der Schwerpunkt des übriggebliebenen Stückes zu finden.

Konstruktion.

Setze *EC* gleich *EA* von *E* aus zu *EK* (wie in E. T. 22), setze dann von *C* aus *CD* gleich *HF*, das der Halbmesser[1] des kleineren Kreises ist; suche nun zu zwei Linien die dritte Proportionale, das heisst: ebenso wie *AD* zu *DC* sich verhält, verhält sich *DC* zu *DL*; verlängere *EK* bis zu *M* so, dass *KE* zu *EM* sich verhält, wie *AD* zu *DL*, (welches das Verhältnis des übriggebliebenen Stückes zum kleineren Kreise ist), wie in E. T. 31 und 22; es entsteht *M*, das der gewünschte Schwerpunkt ist.

18. Aufgabe.

Gegeben sind drei Punkte *A*, *B* und *C*; deren Beobachter stand in *E* und hat den Winkel *AEB* gleich dem Bogen *FG* und den Winkel *BEC* gleich dem Bogen *GH* gefunden; nun wird nach dem Punkt *E* gefragt, wo der Beobachter gestanden ist.

[1] Hier sollte »Durchmesser« stehen. (Anm. des Übers.)

Konstruktion.

Suche zunächst den Punkt E vom Bogen FGH (wie in E. T. 34), setze dann den Winkel IAK von A aus gleich dem Winkel GEF (wie in E. T. 23 und 6); setze AL gleich AK von A aus senkrecht auf AK (wie in E. T. 13 oder 21); fälle von L aus die Senkrechte auf AK nach M (wie in E. T. 19); suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie AM zu AL sich verhält, verhält sich AH (die Hälfte von AB) zu AW gleich BW; mit dieser Länge beschreibe von W aus einen Kreis.

Setze danach den Winkel OCN gleich dem Winkel GEH von C aus auf CB, setze CP gleich CN von C aus senkrecht auf CN, fälle von P aus die Senkrechte auf BC nach Q, suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie CQ zu CP sich verhält, verhält sich CR (die Hälfte von BC) zu CS gleich BS; mit dieser Länge beschreibe von S aus einen Kreis, welcher den vorigen Kreis in E schneidet, welcher der gewünschte Punkt ist.

19. Aufgabe.

Gegeben ist ein Punkt A auf dem Fussboden und der Glasgrund VT, auf welchem das Glas lotrecht steht, so gedacht, dass sowohl die Entfernung und Höhe des Beobachters gleich SH über S ist; nun wünscht man das Bild dieses Punktes zu finden.

Konstruktion.

Fälle eine Senkrechte von A und von S aus auf VT (wie in E. T. 19), es entsteht G und W (dabei ist SW die Entfernung, in welcher der Beobachter vom Glasgrunde steht); suche zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie SW und AG zusammen in einer Summe sich zu AG verhalten, verhält sich GW zu GH; setze nun GH mit VG längs einer Geraden zusammen (wie in E. T. 22) und dann wieder: ebenso wie SW und AG in einer Summe zusammen sich zu AG verhalten, verhält sich SH zu HI; setze dieses von H aus senkrecht auf VH (wie in E. T. 21), dann ist I der gewünschte Punkt. Aber wenn es geschehen sollte, dass a auf die gedachte Gerade WS fällt, dann kann man den Punkt a, parallel mit VT, auf eine der Seiten von WS versetzen, ich nehme an nach A, dessen Bild I ist; setze dieses (als HI) von W aus senkrecht auf VW, es entsteht Wi; dann ist der Forderung genüge getan. Oder aber suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie aS zu SH sich verhält, verhält sich aW zu Wi, wie zuvor.

20. Aufgabe.

Gegeben sind drei gezeichnete Punkte A, B und C auf dem Fussboden (oder ein Dreieck ABC) und der Glasgrund TV, auf welchem das Glas lotrecht steht, so gedacht, dass auch die Höhe des Beobachters SH ist; nun wünscht man deren Bilder zu finden.

Konstruktion.

Fälle die Senkrechte von A und von S aus auf VT, es entsteht G und W und ebenso wie im vorhergehenden findet man das Bild I von A. Um nun das Bild von B zu finden: fälle die Senkrechte von B aus auf VT; es entsteht K; suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie SW und BK in einer Summe sich zu BK verhalten, verhält sich KW zu KL; setze nun KL mit VK von K aus längs einer Geraden und dann wieder: ebenso wie SW und BD in einer Summe sich zu BK verhalten, verhält sich SH zu LM; setze nun LM von L aus senkrecht auf VB, dann ist M das Bild von B. Um nun das Bild von C zu finden, fälle von C aus die Senkrechte auf VT, es entsteht D; suche zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie SW und DC zusammen in einer Summe zu DC sich verhalten, verhält sich DW zu DE; füge nun DE mit VD von D aus längs einer Geraden zusammen; dann wieder einmal: ebenso wie *SW* und *DC* in einer Summe sich zu *DC* verhalten, verhält sich *SH* zu *EF*; setze nun *EF* von *E* aus senkrecht auf *DE*; dann ist der Punkt *F* das Bild des Punktes *C* und das Dreieck *IMF* ist das Bild des Dreiecks *ABC*, das gefordert wurde.

21. Aufgabe.

Gegeben sei ein gezeichneter Punkt *B* über dem Fussboden, dessen Standzeichnung *BA* ist, und der Glasgrund *VT*, auf welchem das Glas lotrecht steht, so gedacht, dass auch die Höhe des Beobachters *SH* ist; dann wünscht man das Bild des Punktes *B* zu finden.

Konstruktion.

Suche zuerst den Punkt *I*, welcher das Bild des Punktes *A* ist, (wie in 19 dieses Teiles); setze nun die Höhe *SH* des Beobachters von *W* aus senkrecht auf *WT* als *WK* (wie in E. T. 21); fälle von *A* oder *B* aus die Senkrechte auf *VW*, es entsteht *G* (wie in E. T. 19); setze nun *GD* gleich *AB* von *G* aus senkrecht auf *GW*; ziehe von *I* aus eine Parallele zu *GV* (wie in E. T. 46), nämlich *IX*; suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *KG* zu *GD* sich verhält, verhält sich *KI* zu *IP*; setze *IP* von *I* aus senkrecht auf *IX*; dann ist der Punkt *P* das Bild des Punktes *B*.

22. Aufgabe.

Gegeben ist ein Würfel, dessen Grund *ABCD* ist; und dessen Seite liegt auf einer Geraden mit dem Glasgrund *TV*, auf welchem das Glas lotrecht steht, so gedacht, dass die Höhe des Beobachters gleich *SH* ist; nun wünscht man dessen Bild zu finden.

Konstruktion.

Suche zuerst (wie in 20 dieses Teiles) die Punkte *I* und *M*, welche die Bilder von *A* und *B* sind; setze die Höhe *SH* des Beobachters von *H* aus senkrecht auf *HT*, wie im vorhergehenden;

suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie *DK* zu *DB* sich verhält, verhält sich *MK* zu *MN*, welches gleich *IP* ist; darauf setze *IP* von *I* und *M* aus senkrecht auf *IM* (wie in E. T. 21); dann ist der Würfel *C*, *D*, *M*, *N*, *B*, *A*, *P*, *I* das gewünschte Bild.

23. Aufgabe.

Man wünscht eine wagerechte Sonnenuhr zu machen, wovon der Bogen *BD* gleich der Erhöhung des Achsenpunktes gegeben ist.

Konstruktion.

Suche den Mittelpunkt *A* des Bogens *BD* (wie in E. T. 34), fälle von *B* aus eine Senkrechte auf *AD*, es entsteht *C* (wie in E. T. 19); mache nun das Dreieck *ACB* gleich dem Dreieck *ACB* (wie in E. T. 8); suche die dritte Proportionale *CÆ* (wie in E. T. 30), dazu setze von *Æ* aus *ÆG* gleich *ÆB* (wie in E. T. 22); setze nun *EG* gleich *ÆG* von *G* aus senkrecht auf *ÆG* (wie in E. T. 11) und beschreibe von *G* aus mit der Länge *EG* einen Halbkreis (wie im Zusatz von E. T. 2), teile diesen Halbkreis in 12 gleiche Teile (wie in E. T. 12 und 32), fälle von jedem der gleichen Teile eine Senkrechte auf *ÆG*, ich nehme *P*, es entsteht *V*; suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 31), das heisst: ebenso wie *GP* zu *VP* sich verhält, verhält sich *GÆ* zu *WÆ*; setze dieses von *Æ* aus senkrecht auf *ÆG* (wie in E. T. 21), es entsteht *W*, welches der Punkt der dritten Stunde ist und ebenso findet man die anderen. Dann kommen die Stunden 5, 4, 3, 2, 1, 12, 11, 10, 9, 8, 7 auf der Tagnachtgleichelinie. Um nun die sechste Stunde zu finden, setze die Senkrechte *AH* und *AS* von *A* aus auf *AC* oder *AG* (wie in E. T. 10 oder 46) und dann ziehe von *A* aus zu jeder Stunde gedachte gerade Linien (wie in Zusatz von E. T. 23), das übrige zeigt sich selbst und der Forderung ist genüge getan.

24. Aufgabe.

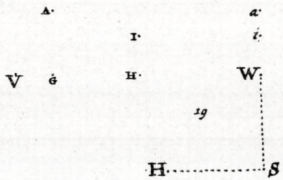
Man will eine lotrechte Sonnenuhr machen, welche von Süd nach West abweicht, welches der Bogen *DE* angibt und die Erhöhung des Achsenpunktes ist gleich dem Bogen *BD*.

Konstruktion.

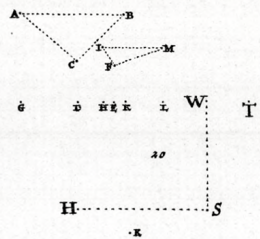
Suche den Mittelpunkt des Bogens *BD* (wie in E. T. 34); wähle nun willkürlich *FG* (welches der Stift senkrecht auf die Mauer sein soll) und setze diesen lotrecht von *F* aus nach *G*; mache auf *GF* von *G* aus den Winkel *DAE* (wie in E. T. 22 und 6), welcher die Abweichung ist; fälle von *K* aus eine Senkrechte auf *FG* (oder *NG*) nach *S* (wie in E. T. 19); suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale (wie in E. T. 30), das heisst: ebenso wie *MF* zu *FG* sich verhält, verhält sich *FG* zu *FL*; füge dieses von *F* aus zu *FM*, dann ist *L* der eine Punkt, durch welchen die Tagnachtgleiche-Linie hindurchgeht; setze *XM* gleich *MG* von *M* aus zu *MF* (wie in E. T. 22) und mache auf *XF* von *X* aus den Winkel *QXC* gleich dem Winkel *DAB*, welcher die Erhöhung des Achsenpunktes ist (wie in E. T. 23 und 6); fälle von *C* aus eine Senkrechte auf *XQ* nach *H*; finde zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso, wie *XC* zu *HC* sich verhält, verhält sich X*M* zu *MP*; setze dieses von *M* aus senkrecht auf *XM*; suche nun zu zwei Linien die dritte Proportionale, das heisst: ebenso wie *MP* zu *XM* sich verhält, verhält sich *XM* zu *MÆ*; dann ist *PMÆ* die Mittagslinie und *P* ist der Achsenpunkt, von welchem aus alle Stundenlinien zur Tagnachtgleiche-Linie zu ziehen sind und *Æ* ist der zweite Punkt der Tagnachtgleiche-Linie; beschreibe nun auf *ÆL* einen Halbkreis (wie in E. T. 16); auf diesen setze von *Æ* aus *ÆV* gleich *ÆX*; beschreibe von *V* aus mit dieser Länge *ÆV* einen Kreis und von *Æ* aus beginne den Kreis in 24 gleiche Teile zu teilen (wie in E. T. 12 und 32); fälle von *Æ* eine Senkrechte auf *VP*, es entsteht *Y*, ebenso von jedem der gleichen Teile auf *VP*, ich nehme von *W* aus, es entsteht *T* (wie in E. T. 19); suche nun zu drei Linien die vierte Proportionale, das heisst: ebenso wie *VT* zu *WT* sich verhält, verhält sich *VY* zu *YR*; setze dieses zu *YL*, dann ist *R* der gewünschte Punkt der zehnten Stunde; und ebenso suche die anderen Stunden in der Tagnachtgleiche-Linie; dann ziehe vom Achsenpunkt *P* zu jeder Stunde auf der Tagnachtgleiche-Linie gedachte gerade Linien (wie im Zusatz von E. T. 23), das übrige zeigt sich von selbst. Sollte man wünschen die Himlischen Zeichen mitzuhaben, kann auch dieses konstruiert werden.

Hoffend, dass was in diesem kleinen Werk enthalten ist, von jedem, der einige Kentnisse von den Anfängen des Euclid hat, nachgemacht werden kann, (weil dieses nicht schwer zu sein scheint); ebenso die Beweise (und die fehlenden Anfänge des Euklid), welche hier fortgelassen sind, kann man leicht selbst machen. Sollten sich aber einige finden, denen diese Manier der Auflösung nicht gefallen möchte, weil sie leichter mit Lineal und Zirkel ausführbar ist, die sollen wissen, dass mir dieses wohl bekannt ist; aber meine einzige Hinsicht war etwas von der Natur des Kreises zu untersuchen, ob nicht dessen Eigenschaft darin bestand, dass man mit diesem (ohne Lineal zu benutzen) die planimetrischen Konstruktionen lösen kann, durch Schnitt von Kreisen, wie hier ausgeführt ist. Bittend den geneigten Leser, dass er dieses mit Liebe bestens entgegennehme, besonders, wenn dabei ein Versehen geschehen wäre, bedenkend, dass alle unsere Werke unvollkommen sind.

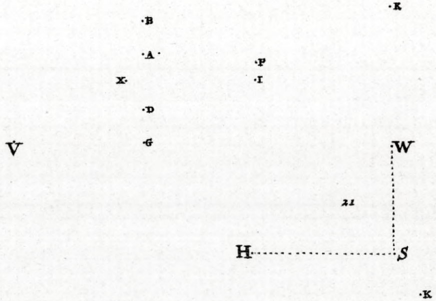
Ende.



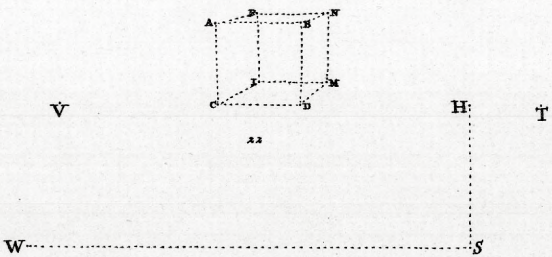
19



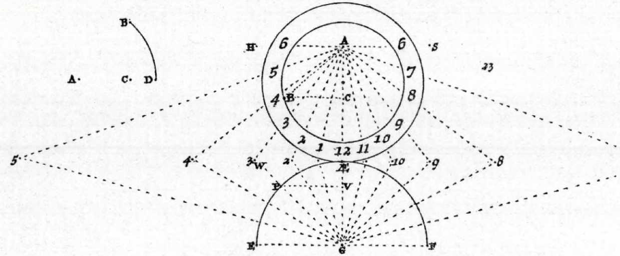
20



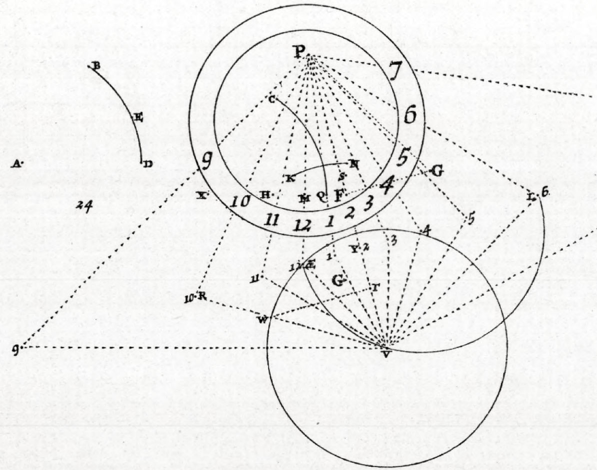
21



22

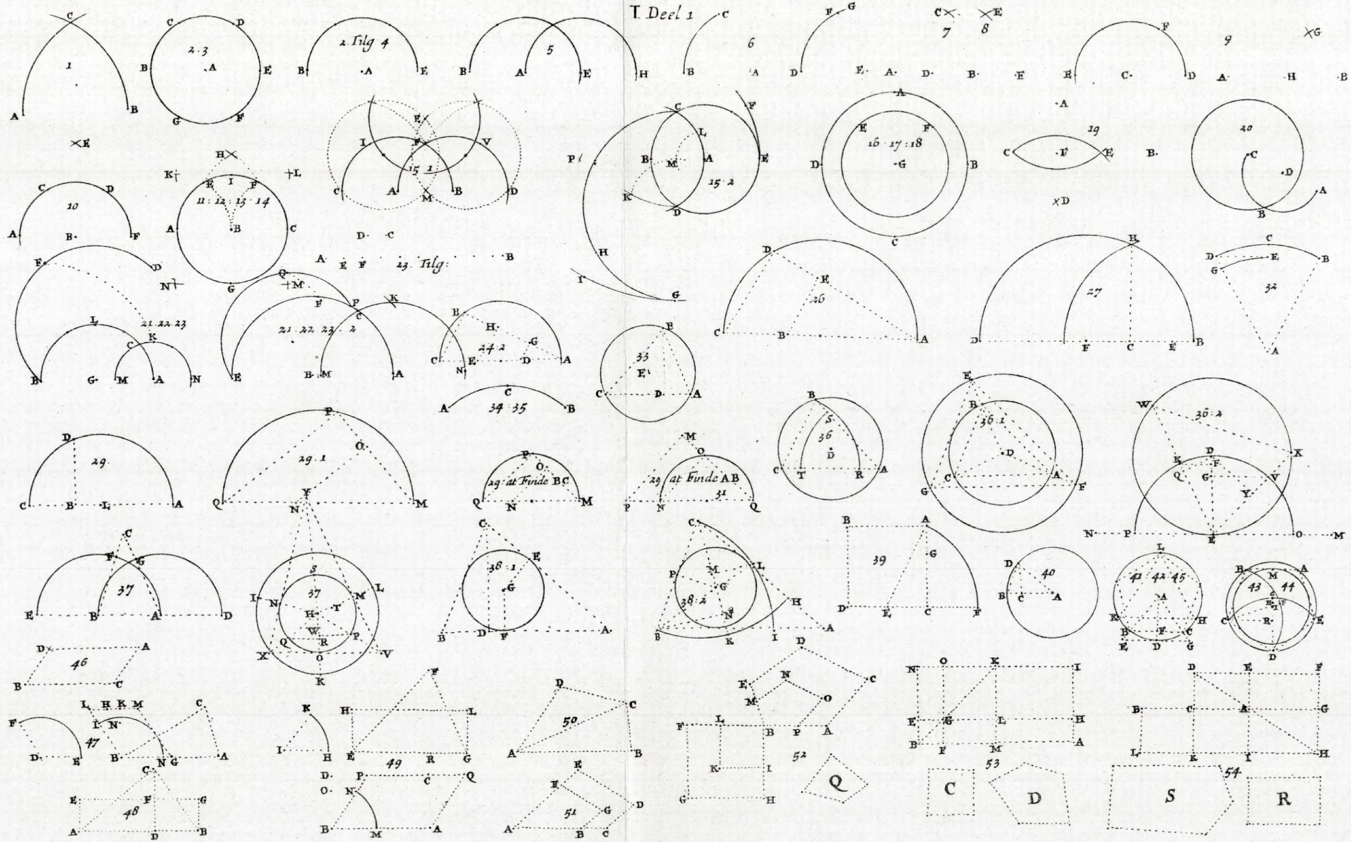


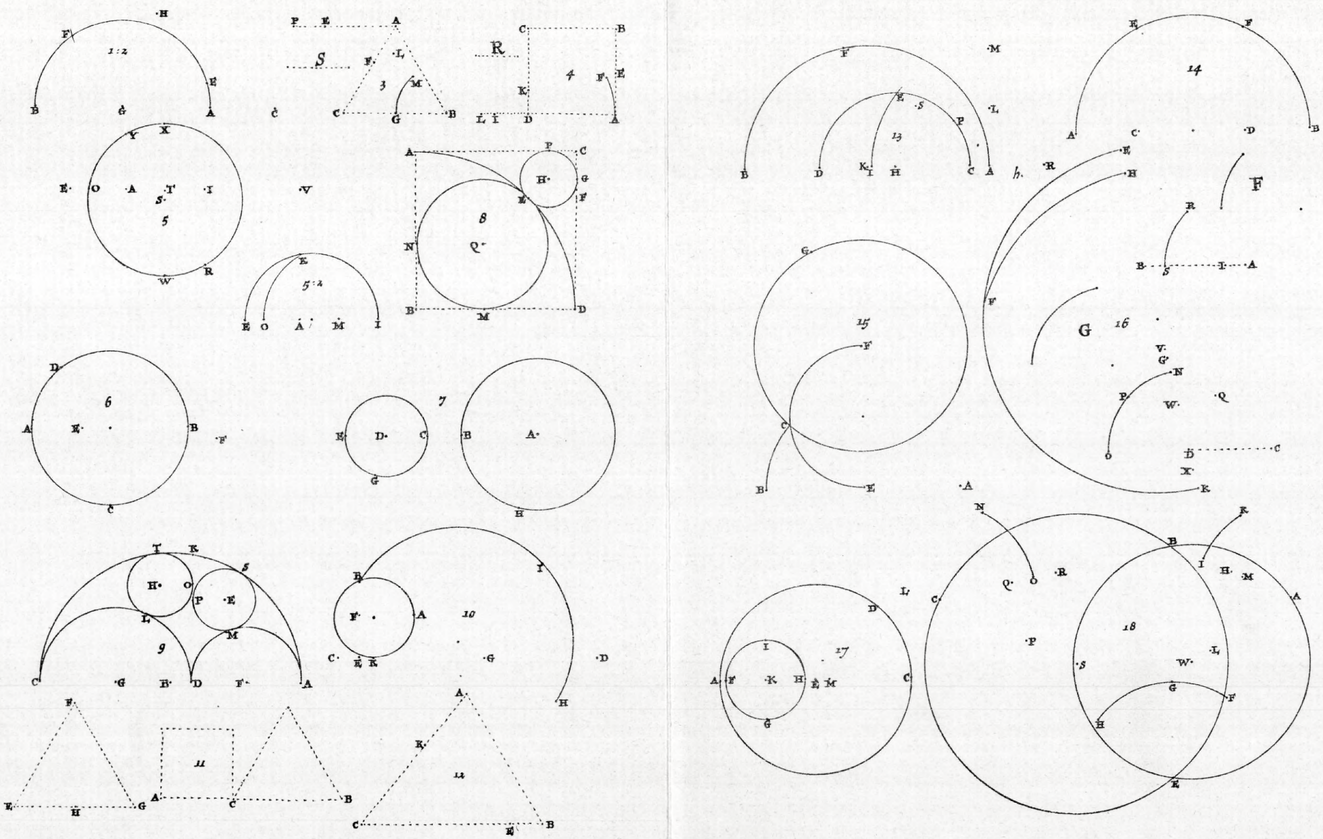
23



24

T. Deel 1




1:2
3
S
R
4
5
5:2
6
7
8
9
10
11
12
13
14
h.
F
15
G
16
17
18